

# Метод паралельного табулювання характеристик пропускання й відбиття ортотропного парамагнітного композита

В.О.Пашенко

Дніпропетровський національний університет, пр. Гагаріна, 72, Дніпропетровськ, Україна

3lnata@ukr.net

**Анотація.** Для аналітично визначених характеристик пропускання й відбиття ортотропного парамагнітного композита з плоскою поверхнею запропоновано метод паралельного табулювання обраної ділянки значень декартових  $*$  - проєкцій ( $*$  =  $x, y$ ) дійсної й уявної частин, модуля й аргументу. Для різних моментів часу метод використовує паралелізм множини об'єктів, а на нижчому ієрархічному рівні – паралелізм незалежних гілок. Наведені нижні оцінки щодо кількості необхідних машинних операцій. Відповідний паралельний алгоритм найдоцільніше реалізувати мережею кліткових нейронів.

## Ключові слова

Паралелізм множини об'єктів, паралелізм незалежних гілок, характеристики пропускання й відбиття, ортотропний парамагнітний композит.

## 1 Вступ

За масо-міцністними характеристиками та стійкістю до термохімічних впливів чільне місце серед конструкційних матеріалів займають *композити* на основі армуючих волокон із металевими властивостями. Так, алюмінієві й вуглецеві композиційні матеріали широко використовуються в авіа-, ракето-, судно- й машинобудуванні [1,2].

Найширше застосовують однонапрямкове армування; по відношенню до його орієнтації композити володіють симетрією характеристик і властивостей, а тому називаються *ортотропними* (ортогонально-анізотропними) [1].

Переважаюча більшість металів, представлених у лівій верхній частині таблиці Менделєєва, а також їхніх солей, являються *парамагнетиками*, оскільки атоми володіють магнітним моментом, але неможлива самозбудна намагніченість.

У процесі зберігання та експлуатації виробів із ортотропних парамагнітних композитів локалізація місцезнаходження розривів волокон або їхніх розшарувань здійснюється неруйнівним електромагнітним контролем несучільності, котрий реалізується зондуванням за допомогою змінної в часі нормальної магнітної напруженості [3].

## 2 Теоретичні основи

У випадку елементарного зондувального поля, створюваного  $(x_0, y_0, z_0 = 0)$ -джерелом ступінчатого стороннього струму, строго розв'язана система диференціальних рівнянь, записаних у декартових  $*$  - координатах ( $*$  =  $x, y$ ): хвильового (для повітря) та не дисипативної електропровідності (для композита), — за допомогою 3-вимірною двостороннього перетворення Лапласа [4]. Аналітичний розв'язок містить характеристики пропускання та відбиття, відповідно [5]:

$$h_*^T \left[ \sqrt{i \frac{\sigma_*(t-h)}{2\pi\epsilon_0}} \right] = \frac{2}{I_0 \left[ \sqrt{i \frac{\sigma_*(t-h)}{2\pi\epsilon_0}} \right]}, \quad h_*^R \left[ \sqrt{i \frac{\sigma_*(t-h)}{2\pi\epsilon_0}} \right] = 1 - \frac{2}{I_0 \left[ \sqrt{i \frac{\sigma_*(t-h)}{2\pi\epsilon_0}} \right]} \quad (1)$$

де  $i = \sqrt{-1}$ ;  $\sigma_*$  — електропровідність композита вздовж декартові  $*$ - координати ( $*$  =  $x, y$ ),  $t$  — час;  $h$  — зазор між точковим джерелом і поверхнею;  $c$  — швидкість поширення поля в повітрі;  $\epsilon_0$  й  $\mu_0$  — діелектрична й магнітна проникність повітря. В (1) використана модифікована функція Беселя 0-го порядку від радикала уявного аргументу:

$$I_0 \left[ \sqrt{i \frac{\sigma_*(t-h)}{2\pi\epsilon_0}} \right] = ber_0 \left[ 2 \sqrt{\frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0}} \right] + i bei_0 \left[ 2 \sqrt{\frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0}} \right]$$

де функції Кельвіна 0-го порядку, застосовані в теорії скін-ефекту [6], подаються нескінченними рядами [7]:

$$ber_0 \left[ 2 \sqrt{\frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0}} \right] = 1 - \frac{1}{(2!)^2} \left[ \sqrt{\frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0}} \right]^4 + \frac{1}{(4!)^2} \left[ \sqrt{\frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0}} \right]^8 - \dots,$$

$$bei_0 \left[ 2 \sqrt{\frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0}} \right] = \frac{1}{(1!)^2} \left[ \sqrt{\frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0}} \right]^2 + \frac{1}{(3!)^2} \left[ \sqrt{\frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0}} \right]^6 - \dots$$

Природно спрощуються аргумент і розкладання функцій Кельвіна:

$$BER \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right] = 1 - \frac{1}{(2!)^2} \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0} \right]^2 + \frac{1}{(4!)^2} \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0} \right]^4 - \dots, \quad (2)$$

$$BEI \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right] = \frac{1}{(1!)^2} \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0} \right]^1 - \frac{1}{(3!)^2} \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{8\pi\epsilon_0} \right]^3 + \dots, \quad (3)$$

Декартові  $*$ - проєкції ( $*$  =  $x, y$ ) дійсної й уявної частин, модуля й аргументу характеристики пропускання задаються виразами:

$$R_\epsilon \left\{ h_*^T \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right] \right\} = \frac{2 BER \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right]}{BER^2 \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right] + BEI^2 \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right]},$$

$$I_M \left\{ h_*^T \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right] \right\} = \frac{2 BEI \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right]}{BER^2 \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right] + BEI^2 \left[ \frac{\sigma_*(t-h)}{4\pi\epsilon_0} \right]},$$

$$\left| h_c^r \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{4\pi \varepsilon_0} \right] \right| = \frac{2}{\sqrt{BER^2 \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{4\pi \varepsilon_0} \right] + BEL^2 \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{4\pi \varepsilon_0} \right]}},$$

$$ARG \left\{ h_c^r \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{4\pi \varepsilon_0} \right] \right\} = -Arctg \frac{BEL \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{4\pi \varepsilon_0} \right]}{BER \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{4\pi \varepsilon_0} \right]},$$

де використовується розкладання в нескінченний ряд [7]:

$$BER^2 \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{4\pi \varepsilon_0} \right] + BEL^2 \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{4\pi \varepsilon_0} \right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2 (2k)!} \left[ \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{8\pi \varepsilon_0} \right]^{2k}. \quad (4)$$

### 3 Метод паралельного табулювання

**ВЛАСТИВІСТЬ 1 (про точність асимптотичного наближення).** При  $t \rightarrow \infty$  похибки подання дійсної і уявної частин, модуля й аргументу характеристики пропускання за допомогою сум таких членів нескінченних рядів (2), (3) і (4), ступені котрих не перебільшують  $2m$ , дорівнюють:

$$\mathcal{E}(R_c \{h_c^r [2V(t)]\}) = 2 \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=0}^m (-1)^k \frac{v_*^{2k}}{[(2k)!]^2}}{\sum_{k=0}^m \frac{v_*^{2k}}{(2k)! (2k)!}} = \begin{cases} 2 \frac{(m!)^2}{(2m)!}, & m - \text{парне} \\ -2 \frac{(m!)^2}{(2m)!}, & m - \text{непарне} \end{cases}$$

$$\mathcal{E}(I_m \{h_c^r [2V(t)]\}) = -2 \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=0}^m (-1)^{k-1} \frac{v_*^{2k-1}}{[(2k-1)!]^2}}{\sum_{k=0}^m \frac{v_*^{2k}}{(2k)! (2k)!}} = \begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4m(m!)^2}{v_* (2m-1)!}, & m - \text{парне} \\ -\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{4m(m!)^2}{v_* (2m-1)!}, & m - \text{непарне} \end{cases}$$

$$\mathcal{E}(|h_c^r [2V_c(t)]|) = 2 \frac{(m!)^2}{(2m)!}; \quad \mathcal{E}(ARG\{h_c^r [2V_c(t)]\}) = 0,$$

Причому 
$$V_c = \frac{\sigma_* \left( t - \frac{h}{c} \right)}{8\pi \varepsilon_0}.$$

**ВЛАСТИВІСТЬ 2 (про мінімальний обсяг обчислень).** При табулюванні обраної ділянки значень декартових \* - проекцій (\* = x, y) дійсної і уявної частин, модуля й аргументу характеристики пропускання потрібна найменша кількість машинних операцій у разі подання спрощених функцій Кельвіна 0-го порядку та суми їхніх квадратів за допомогою скобкової форми Горнера.

**ВЛАСТИВІСТЬ 3 (про задоволення заданої точності обчислень).** Якщо  $\sigma$  — припустима похибка, то нерівності

$$\sigma < \left[ \frac{v_*}{(2M-1)2M} \right]^2; \quad \sigma < \left[ \frac{v_*}{(2N-2)(2N-1)} \right]^2; \quad \sigma < \frac{1}{(2K-1)2K} \left( \frac{v_*}{K} \right)^2$$

визначають найменші необхідні ступені  $2M$ ,  $2N$ ,  $2K$  наближаючих сум рядів для спрощених функцій Кельвіна 0-го порядку та суми їхніх квадратів:

$$BER(2\nu_s) \cong 1 - \left(\frac{\nu_s}{1 \cdot 2}\right)^2 \left[ 1 - \left(\frac{\nu_s}{3 \cdot 4}\right)^2 \left[ 1 - \dots - \left[ 1 - \left(\frac{\nu_s}{(2M-1)2M}\right)^2 \right] \dots \right] \right], \quad (5)$$

$$BEI(2\nu_s) \cong \frac{\nu_s}{(11)^2} \left[ 1 - \left(\frac{\nu_s}{2 \cdot 3}\right)^2 \left[ 1 - \left(\frac{\nu_s}{4 \cdot 5}\right)^2 \left[ 1 - \dots - \left[ 1 - \left(\frac{\nu_s}{(2N-2)(2N-1)}\right)^2 \right] \dots \right] \right] \right], \quad (6)$$

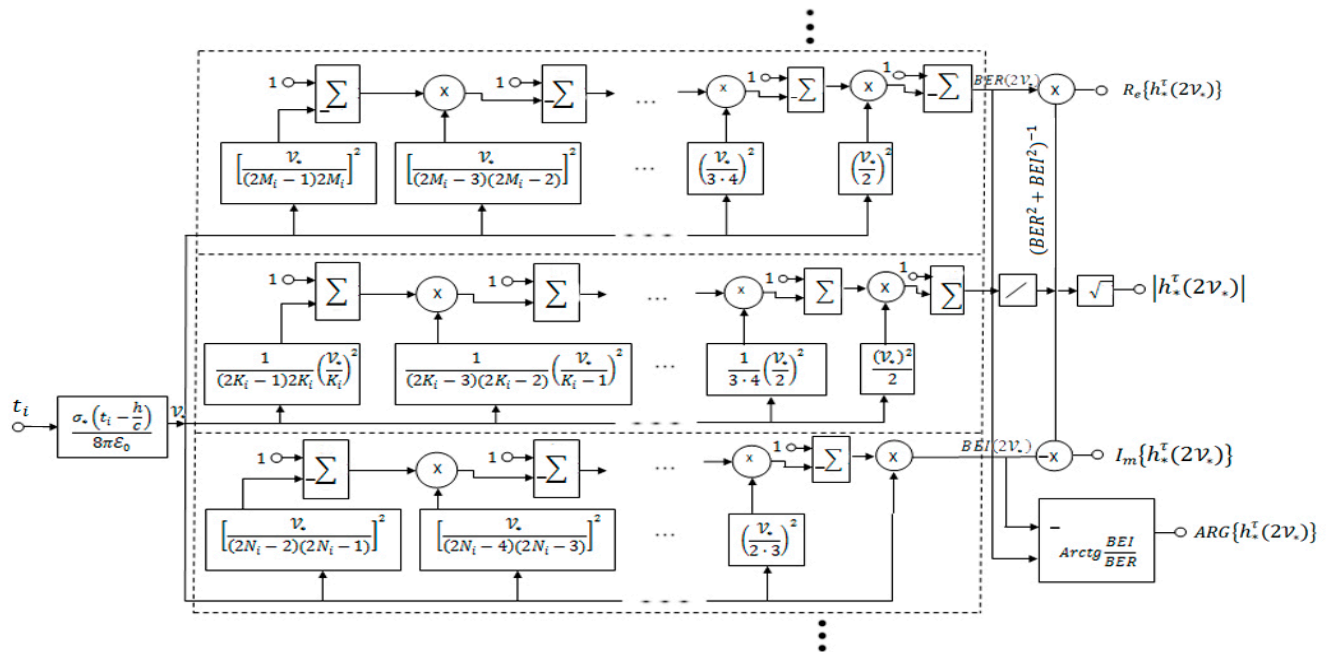
$$BEI^2(2\nu_s) + BER^2(2\nu_s) \cong 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\nu_s}{1}\right)^2 \left[ 1 + \frac{1}{3 \cdot 4} \left(\frac{\nu_s}{2}\right)^2 \left[ 1 + \dots + \left[ 1 + \frac{1}{(2K-1)2K} \left(\frac{\nu_s}{K}\right)^2 \right] \dots \right] \right]. \quad (7)$$

**НАСЛІДОК.** Для реалізації обчислень за допомогою формул (5), (6), (7) необхідні такі кількості машинних операцій, відповідно:

- $M$  віднімань,  $2M-1$  множень і  $2M-1$  ділень;
- $N-1$  віднімань,  $2N-1$  множень і  $2(N-1)$  ділень;
- $K$  додавань,  $2K-1$  множень і  $3K-2$  ділення.

Пропонований метод паралельного табулювання обраної ділянки значень декартових  $*$ - проекцій ( $*$  =  $x, y$ ) дійсної і уявної частин, модуля й аргументу характеристик пропускання та відбиття ортотропного парамагнітного композита полягає в застосуванні:

- 1) Паралелізму множини об'єктів [8] щодо обчислень для різних моментів часу нерівномірної, в загальному випадку, сітки.
- 2) Паралелізму незалежних гілок [8] при рекурсивних обчисленнях – для чергового моменту часу – відповідних значень як спрощених функцій Кельвіна 0-го порядку, так і суми їхніх квадратів. На рис.1 наведена блок-схема  $i$ -го ( $i=1, \dots, n$ ) 3-гілчастого об'єкта множини для  $*$ - проекції ( $*$  =  $x, y$ ) складових характеристики пропускання.



**Рис. 1** Блок-схема  $i$ -го ( $i=1, \dots, n$ ) 3-гілчастого об'єкта множини для  $*$ - проекції ( $*$  =  $x, y$ ) складових характеристики пропускання ортотропного парамагнітного композита

Декартова  $*$  - проекція ( $*$  =  $x$ ,  $y$ ) комплексно значної часової залежності характеристики відбиття ортотропного параметричного композита задається виразами для дійсної і уявної частин

$$R_{\varepsilon} \left\{ h_c^R \left[ \frac{\sigma_*(t-\frac{h}{c})}{4\pi\varepsilon_0} \right] \right\} = 1 - R_{\varepsilon} \left\{ h_c^T \left[ \frac{\sigma_*(t-\frac{h}{c})}{4\pi\varepsilon_0} \right] \right\}, \quad I_m \left\{ h_c^R \left[ \frac{\sigma_*(t-\frac{h}{c})}{4\pi\varepsilon_0} \right] \right\} = -I_m \left\{ h_c^T \left[ \frac{\sigma_*(t-\frac{h}{c})}{4\pi\varepsilon_0} \right] \right\}.$$

Потім безпосередньо обчислюються значення модуля й аргументу.

Відповідний паралельний алгоритм найдоцільніше реалізувати мережею кліткових нейронів.

## 4 Висновки

Для аналітично визначених характеристик пропускання й відбиття ортотропного парамагнітного композита з плоскою поверхнею запропоновано метод паралельного табулювання обраної ділянки значень декартових  $*$  - проекцій ( $*$  =  $x$ ,  $y$ ) дійсної й уявної частин, модуля й аргументу.

Для різних моментів часу метод використовує паралелізм множини об'єктів, а на нижчому ієрархічному рівні – паралелізм незалежних гілок. Наведені нижні оцінки щодо кількості необхідних машинних операцій. Відповідний паралельний алгоритм найдоцільніше реалізувати мережею кліткових нейронів.

## Література

- [1] Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса. – К.: Наукова думка, 1985. – 592с.
- [2] Композиционные материалы: Справочник / Под ред. В.В. Васильева, Ю.М.Тарнопольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512с.
- [3] Неразрушающий контроль и диагностика /Под ред. В.В.Клюева. – М.: Машиностроение, 2003. – 656с.
- [4] Пашченко В.А., Хандецкий В.С. Вопросы теории электромагнитного контроля ортотропных композитов нестационарными полями. 1.Элементарный векторный потенциал первичного и отраженного полей в воздухе над плоской поверхностью композита // Дефектоскопия, 2012, №6, с. 44-63.
- [5] Pashchenko V.A., Khandetskii V.S. Questions of the Theory of Electromagnetic Testing of Orthotropic Composites Using Nonstationary Fields. 1. The Elementary Vector Potential of Primary and Reflected Fields in the Air above the Flat Surface of a Composite // Russian Journal of Nondestructive Testing, 2012, No.6, pp. 357-372.
- [6] Pashchenko V.O. The subsurface sounding analytical description of orthotropic composite in dimensionless coordinates // Proceeding of 14<sup>th</sup> International Conference on Mathematic Methods in Electromagnetic Theory. – Kharkiv, Ukraine, 2012. – pp. 176-179.
- [7] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 736с.
- [8] Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. 4.1. – М.: Изд-во ИЛ., 1949.
- [9] Валях Е. Последовательно-параллельные вычисления. – М.: Мир, 1985. – 456с.