

# Скрытие задержек обмена смежными узлами распределенной конечно-разностной сетки при моделировании сейсмических волн

Ющенко Р.А., Ющенко А.К.

*Институт кибернетики им. В.М.Глушкова НАНУ, пр.Глушкова 40., Киев, Украина*

[yuslan@ukr.net](mailto:yuslan@ukr.net), [pgt@ukr.net](mailto:pgt@ukr.net)

*Аннотация. Эффективность параллельной реализации явных конечно-разностных схем моделирования волновых процессов для компьютеров с распределенной памятью зависит от множества факторов. В частности, при декомпозиции пространственной многокомпонентной сетки по процессам возникает необходимость в обмене значениями ее смежных узлов. Эти обмены являются накладными затратами, ограничивающими масштабируемость параллельного алгоритма. Для уменьшения этого эффекта применяют так называемую технику скрытия задержек, при которой асинхронный обмен смежными узлами сетки выполняется параллельно с вычислением внутренней области сетки. В работе сделана попытка экспериментально оценить эффект от применения этой техники. В качестве объекта исследования используется двумерное и трехмерное акустическое и эластическое моделирование сейсмических волн.*

## Ключевые слова

Параллельные вычисления, моделирование, синтетические трехмерные сейсмограммы.

## 1 Введение

Конечно-разностное моделирование сейсмических волн применяется для оценки качества сейсморазведки в сложных геологических условиях, а также для исследования влияния геологических свойств среды на искажение волнового поля сейсмограммы. В основном для подобных задач используют методы лучевого трассирования [1], однако в связи с ростом вычислительной мощности параллельных компьютеров все чаще используются конечно-разностные методы для моделирования изменения полного волнового поля во времени в двумерном и трехмерном пространстве [2-4].

Основу процесса изменения волнового поля во времени составляет система гиперболических дифференциальных уравнений в частных производных, полученная подстановкой закона упругости Гука, в формулу второго закона Ньютона

$$\rho(\mathbf{x}) \mathbf{s}''(\mathbf{x}, t) = \nabla \cdot \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

где  $(\mathbf{x}, t)$  – точка в пространстве-времени,  $\rho$  – плотность породы,  $\mathbf{s}$  – вектор смещений,  $\boldsymbol{\Sigma}$  – тензор напряжений,  $\mathbf{f}$  – внешняя сила (сигнал). Оператор « $\nabla$ » обозначает дивергенцию в пространстве, а штрих – производную по времени. Тензор напряжений  $\boldsymbol{\Sigma}$  – это квадратная симметричная матрица  $\sigma_{km} = \sigma_{mk}$ , причем  $\sigma_{kk}$  – напряжение сжатия/растяжения вдоль оси  $k$ , а если  $k \neq m$ , то  $\sigma_{km}$  – это напряжение сдвига в плоскости  $km$ . Внешняя сила  $\mathbf{f}$  в задачах моделирования сейсморазведки прилагается в точку источника, ее можно выразить через  $\delta$ -функцию Кронекера:  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \delta(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|) \mathbf{F}(t)$ . Для численных решений применяют форму этой системы, записанную через первую производную. Конкретизация системы (1) зависит от характера

физической модели. Например, в двумерном акустическом и эластическом приближении система имеет следующий вид:

Акустическое приближение	Эластическое приближение
$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial x}$	$\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{13}}{\partial z} \right)$
$\frac{\partial u_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z}$	$\frac{\partial u_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{13}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{33}}{\partial z} \right)$
$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \rho V_p^2 \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)$	$\frac{\partial \tau_{11}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_x}{\partial x} + \lambda \frac{\partial u_z}{\partial z}$
	$\frac{\partial \tau_{33}}{\partial t} = \lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}$
	$\frac{\partial \tau_{13}}{\partial t} = \mu \frac{\partial u_x}{\partial z} + \mu \frac{\partial u_z}{\partial x}$

Где  $x, z$  – оси пространства,  $t$  – ось времени,  $\vec{u} = (u_x, u_z)$  – вектор скоростей смещений,  $\vec{\tau} = (\tau_{11}, \tau_{33}, \tau_{13})$  – вектор напряжений (для акустики  $\tau$  – скаляр),  $\rho$  – плотность среды,  $V_p$  – скорость продольных волн,  $V_s$  – скорость поперечных волн,  $\lambda, \mu$  – коэффициенты Ламе, вычисляемые по формулам:  $\mu = \rho V_s^2$  и  $\lambda = \rho V_p^2 - 2\mu$ .

Явная конечно-разностная схема состоит из следующего набора массивов

	Акустическое приближение	Эластическое приближение
Двумерный случай	5 массивов, из которых 2 – для компонент модели $(\rho, V_p)$ и 3 – для сетки волнового поля $(u_x, u_z, \tau)$	8 массивов, из которых 3 – для компонент модели $(\rho, \lambda, \mu)$ и 5 – для сетки волнового поля $(u_x, u_z, \tau_{11}, \tau_{33}, \tau_{13})$
Трёхмерный случай	6 массивов, из которых 2 – для компонент модели $(\rho, V_p)$ и 4 – для сетки волнового поля $(u_x, u_y, u_z, \tau)$	12 массивов, из которых 3 – для компонент модели $(\rho, \lambda, \mu)$ и 9 – для сетки волнового поля $(u_x, u_y, u_z, \tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}, \tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{23})$

Для увеличения стабильности численной схемы используют разнесенные на полшага сетки. Например, в двумерном случае разнесенные сетки имеют вид:

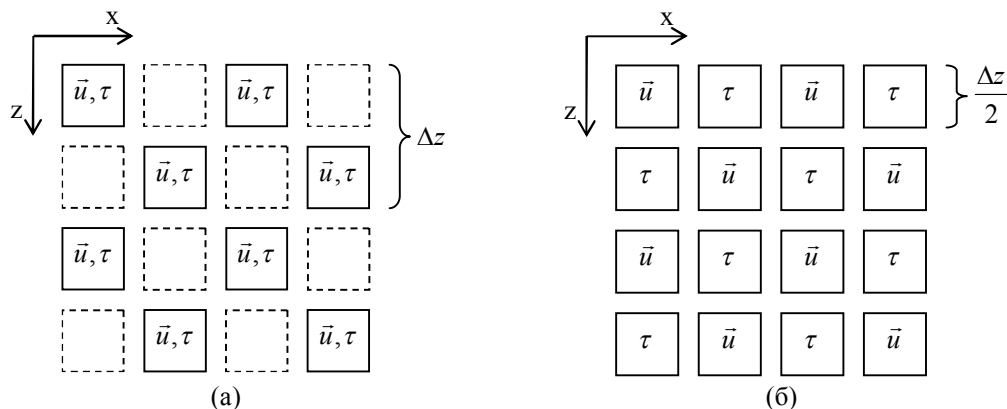


Рис.1. Конечно-разностные сетки при различном размещении узлов волнового поля:  
 а) совмещенная сетка, б) разнесенная сетка

Разнесенные в пространстве сетки являются также разнесенными на полшага и во времени. При этом расчет поля напряжения выполняется на основе непосредственного предыдущего поля скоростей смещения, что позволяет не хранить предыдущее состояние полей, а только текущее. Это свойство разнесенных решеток вместе с большей стабильностью схемы делает их предпочтительными во всех случаях, где это применимо. Для моделирования упругих сейсмических, а также электромагнитных волн построение разнесенных решеток возможно. Далее в работе исследованы реализации конечно-разностных схем исключительно на разнесенных решетках.

Моделирование состоит из поочередного продвижения поля напряжений на шаг  $\Delta t$ , при котором узлы сетки поля напряжений в момент  $t + \Delta t$  вычисляются на основе решеток скоростей смещений в момент  $t + \frac{\Delta t}{2}$ . Аналогично, узлы сетки поля скоростей смещений в момент  $t + 3\frac{\Delta t}{2}$  вычисляются на основе решеток напряжений в момент  $t + \Delta t$  как показано на рис. 2.

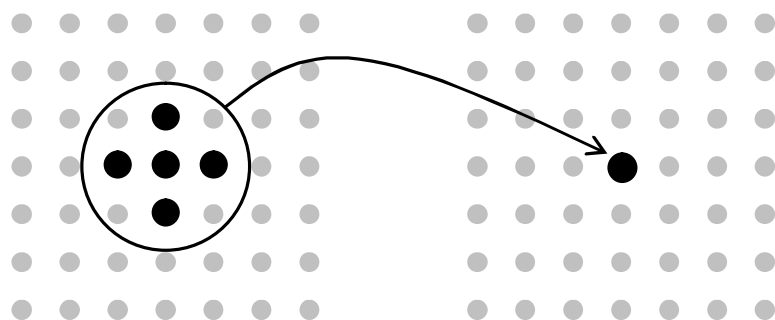


Рис. 2. Схема вычислений (второй порядок). Узел сетки новой итерации вычисляется на основе сетки, рассчитанной на предыдущей итерации.

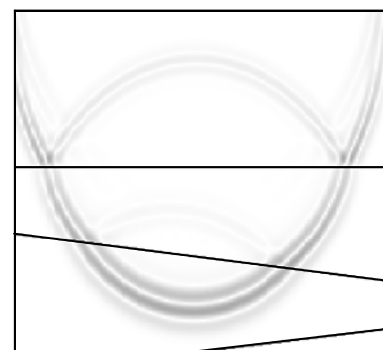


Рис. 3. Двумерное волновое поле и отражения от границ.

## 2 Параллельный алгоритм

Очевидно, приведенная вычислительная схема обладает естественным параллелизмом по данным. Поэтому, при реализации ее на параллельных компьютерах с распределенной памятью (MIMD), модель и волновое поле разбивают на участки, каждый из которых обрабатывается на своем вычислительном элементе (ВЭ), обладающем своей оперативной памятью. Поскольку расчет нового значения узла сетки зависит от соседних

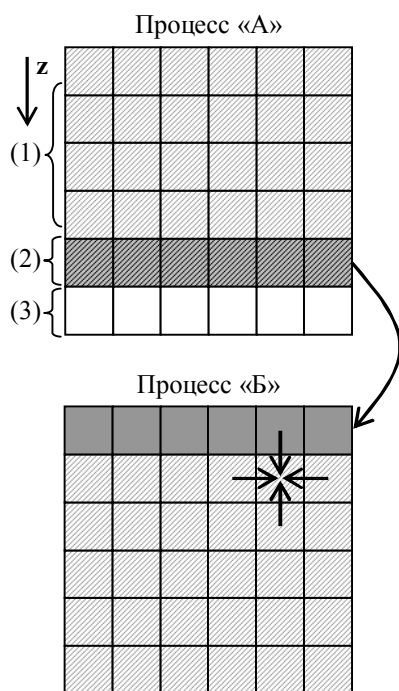


Рис.4. Схема обмена соседними значениями узлов сетки

значений других сеток, необходимо предусмотреть механизм обмена соседними значениями сеток между ВЭ. При этом возможны различные способы разбиения между ВЭ, влияние которых на эффективность рассмотрены в работе [4].

Рассмотрим наиболее простое из возможных разбиений – по одной оси  $z$  (глубине). Для расчета узлов сетки, граничащих с областью, за которую отвечает соседний процесс, необходимо от этого процесса получить рассчитанные соседние значения соответствующих узлов исходной сетки. Так, для расчета сетки  $\vec{u}$ , необходимо предварительно произвести обмен соседними значениями узлов сетки  $\vec{\tau}$  в обе стороны. На рис.4 показана условная схема обмена соседними значениями для схемы второго порядка. При расчете схем более высокого порядка толщина смежной области увеличивается.

Рассмотрим подробнее, как происходит обмен на одной из граничных областей (рис.4). Вычислительную сетку можно условно разбить на три группы. В первую группу попадают узлы, расчет которых не зависит от значений на границе, поэтому они не нуждаются в обмене. Во вторую группу попадают узлы, которые нужно послать соседнему процессу, чтобы он смог выполнить следующую итерацию. В третью группу – те узлы, которые необходимо получить от соседнего процесса для возможности выполнения следующей итерации. Таким образом, каждый процесс для каждой из смежных областей должен выполнить две пересылки. При синхронном обмене сообщениями процесс «А» блокирует выполнения вычислений, пока процесс «Б» не получит значения в

граничной области, после этого процесс «А» будет снова заблокирован ожиданием значений граничной области процесса «Б».

Условно разделим узлы решетки на три группы: (1), (2), (3), как показано на рис. 4. Процесс обмена можно сделать эффективнее, если выполнить асинхронный обмен параллельно с вычислениями. Для этого процесс «А» должен в первую очередь рассчитать узлы сетки из группы (2). После этого процесс «А» может инициировать асинхронный обмен – отправку значений узлов группы (2) и получение значений узлов группы (3). Параллельно с выполнением этих пересылок процесс «А» может выполнять расчет узлов сетки группы (1) в произвольном порядке, а после завершения вычислений завершить обмен (см. рис.4). На рис. 5. показано, каким образом асинхронный обмен сокращает длительность расчета итерации, повышая эффективность программы. Такой подход в литературе также называют *скрытием задержек*, поскольку задержки, возникающие при обмене, «скрываются» их асинхронностью. Это делается возможным за счет того, что оборудование может выполнять операции ввода/вывода по сети параллельно с работой центрального процессора, на котором идут вычисления.

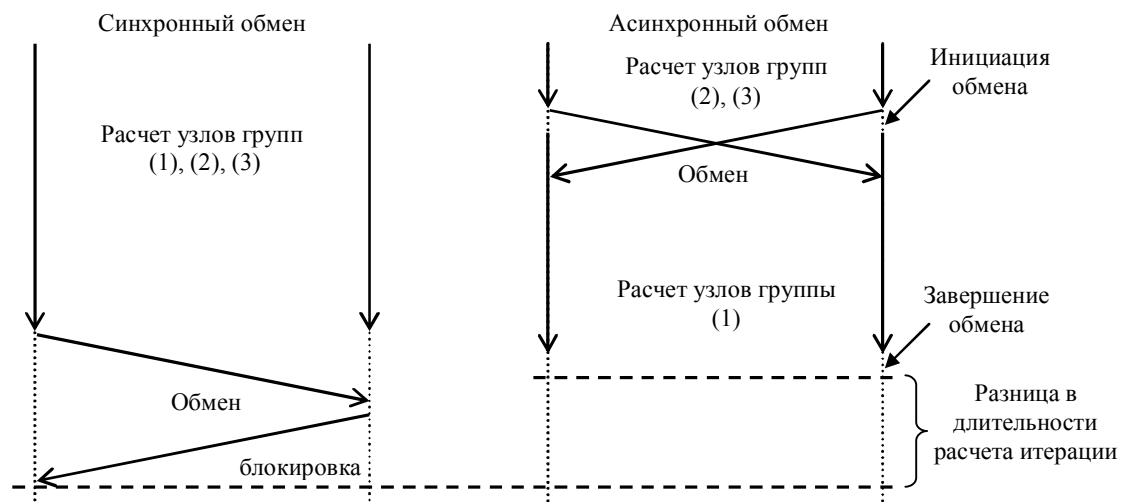


Рис. 5. Диаграмма выполнения итерации моделирования при синхронном и асинхронном обмене

Теоретически, применение асинхронного обмена граничными узлами сетки должно сократить накладные затраты на обмен, поскольку время на инициацию и завершение обмена полагается пренебрежительно малым по сравнению со временем обмена и расчета узлов сетки группы (1). Но на практике, вследствие недетерминированности времени вычислений на отдельных ВЭ за счет многозадачности операционной системы, выполнения фоновых процессов, прерываний ввода/вывода и скачков пропускной способности сети, эффект от применения асинхронности может быть размыт. Общая эффективность также снижается из-за того, что время выполнения итерации определяется задержкой самого медленного из процессов

### 3 Эксперименты

Для того, чтобы установить влияние фактора асинхронности, проведена серия экспериментов для двумерного и трехмерного моделирования в акустическом и эластическом приближении. Воспользуемся однородной изотропной моделью среды со скоростью продольной волны  $V_p = 3000$  м/с, скоростью поперечной волны  $V_s = 1800$  м/с и плотностью  $D = 2000$  кг/м<sup>3</sup>. Для двумерного приближения область моделирования представляет собой квадрат 15x15 км. Для трехмерного приближения – куб 2x2x2 км. В геометрическом центре среды расположен точечный источник возбуждения с частотой 20 Гц, сигнал Риккера. Для таких параметров стабильными шагами моделирования является пространственный шаг  $dx = 5$  м и шаг по времени  $dt = 0,5$  мс. В следующей таблице приведен объем оперативной памяти, необходимый для хранения вычислительных сеток, учитывая, что размер числа одинарной точности – 4 байта:

	Акустическое приближение	Эластическое приближение
Двумерный случай	$5 \cdot 3000 \cdot 3000 \cdot 4 \approx 172$ Мб	$8 \cdot 3000 \cdot 3000 \cdot 4 \approx 275$ Мб
Трехмерный случай	$6 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 4 \approx 1,5$ Гб	$12 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 400 \cdot 4 \approx 3$ Гб

В следующей таблице приведено время расчета одного прохода моделирования на одном процессоре Intel(R) Xeon(R) E5606 (2.13ГГц):

	Акустическое приближение	Эластическое приближение
Двумерный случай	2-й порядок: $\approx 11,3$ мин 4-й порядок: $\approx 25,1$ мин 6-й порядок: $\approx 37,4$ мин	2-й порядок: $\approx 28,4$ мин 4-й порядок: $\approx 59,5$ мин 6-й порядок: $\approx 95,8$ мин
Трехмерный случай	2-й порядок: $\approx 1,1$ ч 4-й порядок: $\approx 2,3$ ч 6-й порядок: $\approx 3,8$ ч	2-й порядок: $\approx 3,7$ ч 4-й порядок: $\approx 9,4$ ч 6-й порядок: $\approx 17$ ч

Эксперименты проведены на кластерах СКИТ-4 Института кибернетики НАН Украины и на Инпарком-GPU ГНПП «Электронмаш». Использован вышеупомянутый восьмиядерный процессор на 4-х узлах кластера с операционной системой CentOS 5.11, компилятором gcc 4.1.2, вычислительной средой Open MPI 1.4.3 для сети Infiniband. В результате распараллеливания получены следующие ускорения в зависимости от количества использованных ядер процессора:

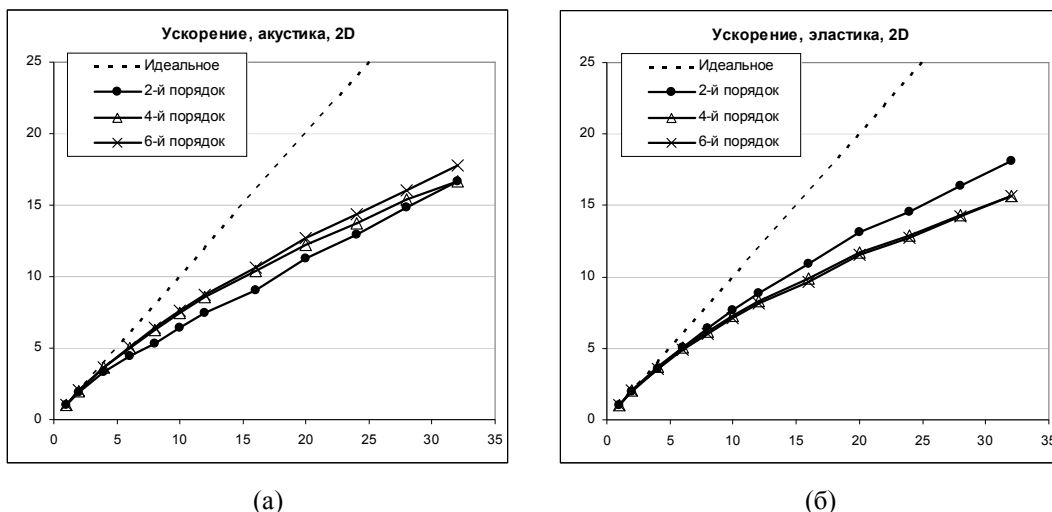


Рис. 6. Графики ускорения в зависимости от числа ВЭ, двумерный случай: (а) акустика, (б) эластика

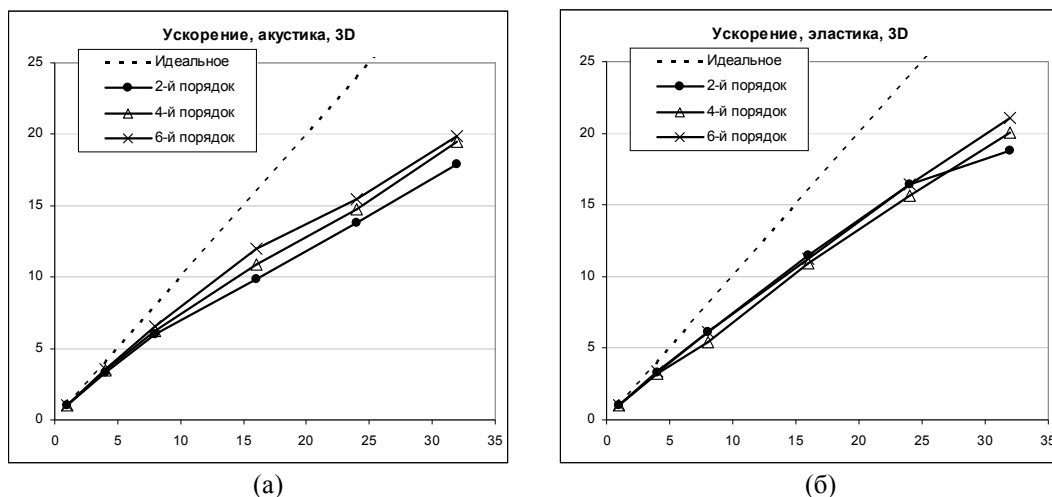


Рис. 7. Графики ускорения в зависимости от числа ВЭ, трехмерный случай: (а) акустика, (б) эластика

На графиках видно, что ускорение отклоняется от идеального, что объясняется накладными затратами на синхронизацию и обмен сообщениями, а также проявлением закона Амдала, поскольку в экспериментах при увеличении числа ВЭ размер задачи остается прежним. При текущем размере задачи эффективность на 32 узлах составила 50-60%, что не является хорошим результатом. Однако модельные задачи выбраны небольшие, при увеличении их размера эффективность растет, делая этот подход масштабируемым.

На рис. 8-9 показано достигнутое ускорение программы с асинхронным обменом сообщениями по сравнению с синхронным. Ускорение выше «1» означает преимущество асинхронного обмена.

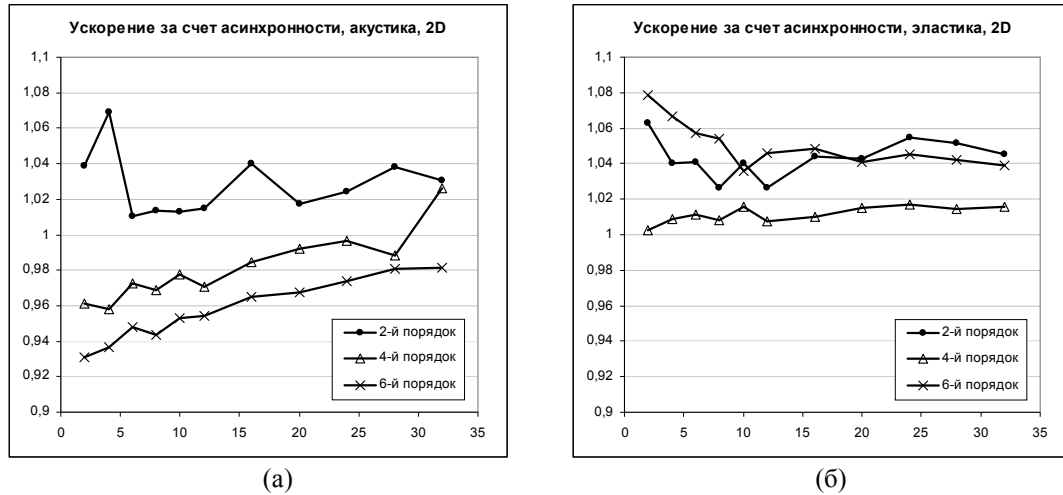


Рис. 8. Графики ускорения за счет асинхронных обменов в зависимости от числа ВЭ, двумерный случай: (а) акустика, (б) эластика

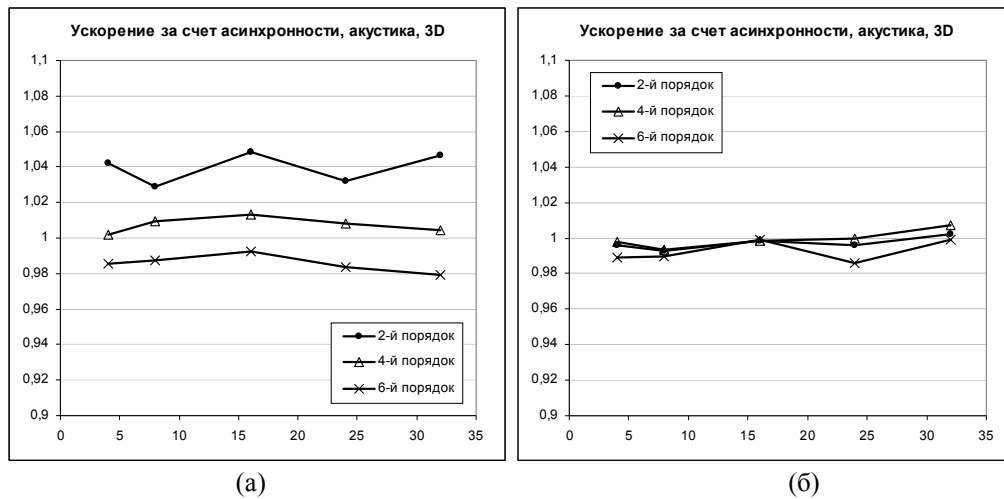


Рис. 9. Графики ускорения за счет асинхронных обменов в зависимости от числа ВЭ, трехмерный случай: (а) акустика, (б) эластика

На рис 8-9 видна неоднозначность применения асинхронного обмена сообщениями MPI для увеличения эффективности моделирования. Наилучший эффект показали вычислительные схемы второго порядка, где удалось достичь ускорения в 5%. Двумерное эластическое приближение показало увеличение ускорения на всех выполняемых задачах, тогда как акустическое приближение показало повышение эффективности только для схемы второго порядка. Схемы шестого порядка практически на всех примерах показали падение производительности

## 4 Заключение

Проведенные эксперименты показали, что применение асинхронных сообщений для скрытия задержек в конечно-разностном моделировании сейсмических волн не всегда приводит к увеличению эффективности параллельной программы. Более, того, для схем шестого порядка применение этой техники на практике показало отрицательные результаты.

## Литература

- [1] Gjøystdal H., Iversen E., Laurain L., Lecomte I., Vinje V., Åstebøl, K. Review of ray theory applications in modelling and imaging of seismic data // *Studia geophysica et geodaetica*. – 2002. – No 46. – P. 113–164.
- [2] Alterman Z., Karal F. C. Propagation of elastic waves in layered media by finite-difference methods // *Bull. Seism. Soc. Am.* – 1968. – No 58. – P. 367–398.
- [3] Nilsson S., Petersson N. A., Sjögreen B., Kreiss H.-O. Stable difference approximations for the elastic wave equation in second order formulation // *SIAM J. Numer. Anal.* – 2007. – No 45. – P. 1902–1936.
- [4] Ghrist M. L. High-order Finite Difference Methods for Wave Equations. – University of Colorado, 2000. – 252 p.