

# Высокоточное кластерное решение задачи дифракции волн сдвига на системе отверстий в полупространстве со свободной границей

Б.Е. Панченко

*Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАНУ*

pr-bob@ukr.net

**Аннотация.** Предложен и исследован параллельный алгоритм численного решения стационарной динамической задачи теории упругости о взаимодействии SH-волн с системой отверстий произвольного поперечного сечения, находящейся в полупространстве с границей, свободной от сил. Краевая задача сведена к системе интегральных уравнений, которая решается численно. Схема параллельных вычислений позволила исследовать ситуации с большим числом отражающих отверстий. Приведены новые численные результаты.

## Ключевые слова

Интегральные уравнения, схема параллельных вычислений, дифракция SH-волн, система отверстий

## 1 Введение

Проведено параметрическое исследование контурных напряжений на системе эллиптических или ромбических (со скруглениями) отверстий в полубесконечной среде со свободной от сил границей. Применение метода параллельных вычислений, проведенного на кластере «Инпарк-256», позволило подтвердить вывод работы [1], что сходимость решения практически не зависит от числа отражателей.

## 2 Результаты численных исследований

Численное исследование показало, что в полубесконечном случае с границей, свободной от сил, при воздействии на систему отверстий SH-волной из бесконечности эффект насыщения, как и в [1,2], наблюдается не строго. И хотя при линейном и симметричном относительно нагрузки расположении отверстий вдоль границы для усредненного исследования достаточно не более 9 отверстий, все же при дальнейшем наращивании числа отверстий наблюдаются незначительные пульсации в распределении напряжений. Как на центральном, так и на иных отверстиях замечены небольшие отклонения в распределении контурных напряжений при добавлении отверстий в систему. Изменения амплитуд напряжений и зон их дислокации, например, на центральном отверстии объясняется несимметричными характеристиками волнового фронта, отраженного от свободной от сил границы при добавлении новых отражателей. При численной реализации описанного алгоритма было исследовано дифрагированное поле на системе до 37 отверстий. Однако исследования показали, что такие пульсации незначительны.

При воздействии же на систему SH-волной от точечного источника, расположенного вблизи центрального отверстия, дифрагированное поле является затухающим. Поэтому добавление новых отверстий в систему не приводят к существенному изменению волнового поля на центральном отверстии. И значительному затуханию на крайних отверстиях.

Для построенного алгоритма обнаружена MIMD-пропорция, свидетельствующая лишь об условно-оптимальном числе процессов. Для системы из 3–9 отверстий условно оптимальным является 200–250 параллельных процессов, что совпадает с результатом аналогичного исследования СЛАУ [3]. Увеличение числа процессов приводит лишь к незначительному снижению суммарного времени вычислений за счет части алгоритма без пересылок. Но и к приросту вычислительных расходов на балансировку загрузки процессоров при решении СЛАУ методом Гаусса.

Причем при фиксированной размерности матриц СЛАУ число отверстий не влияет на оптимальное

число процесов, поскільки в інтегральному рівнянні кожен контур отворстия являється частію суммарного контура інтегрування. Поэтому при прочих равных условиях свойства систем линейных уравнений, полученных и для одного отворстия, и для девяти, не изменяются. Как и в случае [1,2], от числа отворстий не зависит также сходимость алгоритма.

В работе проводились вычисления контурных напряжений  $\sigma_\beta$  вдоль контуров центрального и крайнего отворстий в случае решетки, состоящей из нечетного числа отворстий. Отсчет угла  $\beta$  ведется от нуля (теневая точка) до  $\pi$  (лобовая точка) для центрального отворстия (учитывается симметрия в случае нормального распределения волны сдвига) и от 0 до  $2\pi$  – для крайних отворстий (в силу симметрии распределения напряжений на контурах симметричных отворстий зеркальны). Рассматривается случай ромбов, вытянутых навстречу набегающей волне. При этом соотношение осей  $b/a=2.5$ .

На рис. 1 показано распределение  $\sigma_\beta$  вдоль контура только центрального отворстия в случае решетки, состоящей из трех, пяти и девяти эллипсов для рис 1а, а также трех, пяти и девяти ромбиков для рис. 1б. При этом нагрузка – волна сдвига от точечного источника, расположенного на оси симметрии вблизи центрального отворстия на расстоянии, равном малой полуоси  $a$ . При данном типе нагрузки значения контурных напряжений на удаленных контурах значительно ниже, чем на контуре центрального отворстия. Поэтому эти распределения тут не приведены. Значения безразмерного волнового числа  $\gamma_2 a=2,5$ , а расстояние между отворстиями  $d=2a$ . На обоих графиках кривые 1 показывает распределение напряжений для 3 отворстий, кривые 2 – для решетки из 5 отворстий, а кривые 3 – для 9 отворстий. Если в теневой ( $\beta=0$ ) и Если в теневой ( $\beta=0$ ) и лобовой ( $\beta=\pi$ ) точках  $\sigma_\beta=0$ , то в зоне соскальзывания с увеличением числа отворстий число локальных максимумов  $\sigma_\beta$  стабилизируется. Такой вывод полностью совпадает с результатами работы [1].

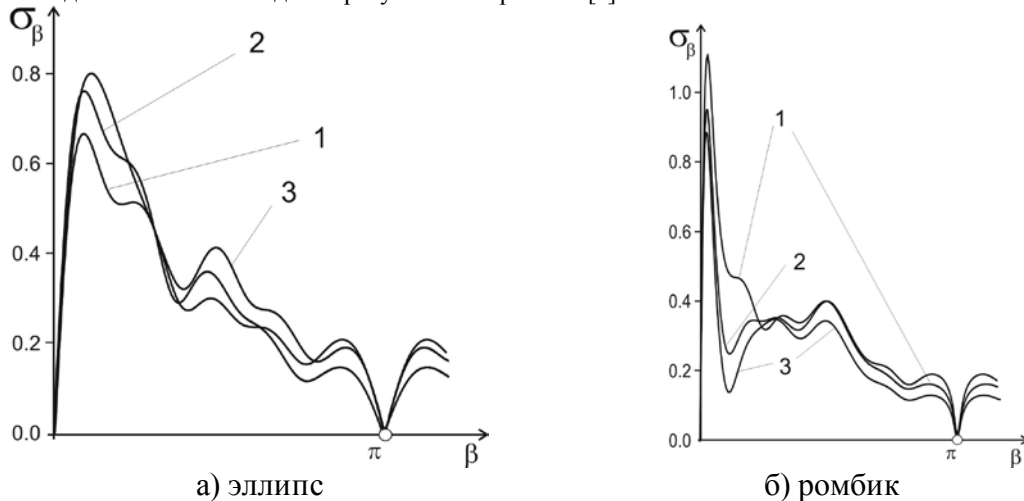


Рис. 1

Разработанная схема численного эксперимента позволила сформировать уникальную таблицу высокоточных значений максимумов касательных напряжений и соответствующих угловых координат на контуре эллиптического или ромбического центрального или крайних отворстий (в системе от 3 до 9 объектов). Воздействие – волна из бесконечности или расположенный вблизи точечный источник гармонических SH-волн для любых геометрических соотношений отворстий и большинства волновых чисел. По мнению автора, такая таблица сформирована впервые.

Тут в Таблице 1 приводится фрагмент этого результата для волны из бесконечности и точечного источника, воздействующих на систему из трех эллиптических или ромбических отворстий с соотношением осей  $b/a=2.5$  и волновым числом  $\gamma_2 a$  равным 1,7 и 2,5 соответственно.

Таблица 1. Высокоточные значения максимумов касательных напряжений

Источник	Тип контура	$\gamma_2 a$	Расположение отворстия	Угол $\beta$ в радианах	Максимум $\sigma_\beta$
Волна	Ромбик	1,7	Центральное	1,8268660436	5,1751590725
Волна	Ромбик	1,7	Крайнее справа	4,4490736669	4,8272091735
Точ. источ.	Эллипс	1,7	Центральное	3,6537320872	0,4635095872
Точ. источ.	Эллипс	1,7	Крайнее справа	0,0841461897	0,4970435907
Волна	Ромбик	2,5	Центральное	1,1243103563	7,7482388913

Волна	Ромбик	2,5	Крайнее справа	1,7424909430	7,9598189856
-------	--------	-----	----------------	--------------	--------------

### 3 Выводы

Таким образом, для задачи дифракции сдвиговых волн на системе отверстий некруговой формы в полубесконечной упругой среде с границей, свободной от сил, параллельные алгоритмы позволяют значительно сократить время вычислений и более детально проанализировать характеристики волнового поля. Это очень важно, так как получение точных величин резонансных максимумов контурных напряжений вплоть до 10-го знака, а также точных координат их дислокации позволяет избежать разрушений конструкций, работающих в условиях динамических нагрузок. Сочетание метода интегральных уравнений, позволяющего на единицу снизить размерность задачи, и процедур распараллеливания, приводящих к значительной экономии времени вычислений, приводит к существенному увеличению эффективности предложенного алгоритма.

### Литература

1. Назаренко А.М., Панченко Б.Е. Схема параллельных вычислений в задачах дифракции волн сдвига на системе отверстий в бесконечной упругой среде //Проблемы программирования. – 2010. – № 2-3, С. 604-610
2. Кюркчан А.Г., Скородумова Е.А. Решение трехмерной задачи дифракции волн на группе объектов //Акустический журнал. – 2007. – 53, №1. – С. 5 – 14.
3. Химич А.Н., Молчанов И.Н., Попов А.В. Численное програамное обеспечение интеллектуального MIMD-компьютера «Инпарком» - К: Наук. думка. – 2007. - с. 220