

Застосування тривимірної чисельної моделі ТРИТОКС для опису різномасштабних процесів у водних системах

Беженар Р.В., Мадерич В.С., Бровченко І.О., Кошебуцький В.І., Терлецька К.В.

*Інститут проблем математичних машин і систем НАН України, пр. Глушкова 42, Київ, Україна
Український Центр Екологічних та Водних Проектів, пр. Глушкова 42, Київ, Україна*

roman@env.kiev.ua, vladmad@gmail.com

Анотація. Тривимірна чисельна модель ТРИТОКС була використана для моделювання термогідродинамічних та біохімічних процесів у водних системах з врахуванням впливу хвиль на течії, а також залежності температурного та світлового режиму водойми від динаміки змучених намулів. Розрахунки проводилися з використанням паралельних алгоритмів, що дозволило розв'язати складну систему рівнянь на великій розрахунковій області і для тривалого проміжку часу за прийнятний час моделювання. Приведені розрахунки поширення нагрітої системами охолодження води у водній системі Роттердаму та термогідродинаміки мілкового озера Маркермеєр з врахуванням біохімічних процесів, що відбуваються в озері. У першому випадку результати моделювання дозволяють оцінити вплив витoku води з систем охолодження промислових об'єктів на температурний режим водної системи Роттердаму, а у другому – відтворити реальний розподіл придонної рослинності в озері Маркермеєр.

Ключові слова

Чисельне моделювання
Водні системи
Паралельні обчислення

1 Вступ

В даній роботі представлена модель ТРИТОКС [1], розроблена в ІПММС НАН України. Вона дозволяє розраховувати як тривимірні поля течій, температури і солоності, так і поля розчиненого у воді кисню та інших органічних і неорганічних речовин у внутрішніх водоймах та прибережних областях морів. Моделювання гідротермодинамічних і біохімічних характеристик водойм є важливим як для моніторингу стану водойми, так і для прогнозування стану водойми при можливій зміні зовнішніх умов у майбутньому.

Основні процеси, що розглядаються за допомогою моделі, показані на рис. 1. Під дією вітру в водоймі формуються течії та поверхневі хвилі, які зумовлюють турбулентне перемішування, що сприяє змученню намулів. Течії переносять поживні речовини, необхідні для росту фітопланктону і перифітону (придонної рослинності). В свою чергу перифітон гальмує течії, сприяючи при цьому осадженню намулів. Тепловий режим водойми визначається сонячною радіацією та турбулентним теплообміном. Вдень світло поглинається водою та дном, причому коефіцієнт поглинання світла водою залежить від вмісту в ній фітопланктону і змучених намулів. Вночі відбувається зворотній обмін тепла: вода віддає тепло в атмосферу, а з дна тепло переходить в воду.

Структурно модель ТРИТОКС поділена на 4 взаємодіючі між собою частини, які відповідають за термогідродинаміку, взаємодію хвиль і течій, перенос змучених намулів і екодинаміку, що включає опис всіх необхідних для розрахунку органічних і неорганічних речовин. Проте не у всіх задачах необхідно враховувати всі згадані процеси. Якщо водойма достатньо глибока для світла, тобто можна вважати, що світло не доходить до дна і не стоїть задача розрахувати концентрацію органічних чи неорганічних речовин, то можна використовувати модель ТРИТОКС без екодинаміки. У випадку слабкого вітру протягом часу, для якого необхідно провести розрахунки, можна не враховувати взаємодію хвиль і течій. Якщо ж дно водойми не

містить піску і намулу, то немає сенсу описувати перенос змучених намулів. В такому випадку кожне з описаних спрощень приводить до пришвидшення розрахунків, не обмежуючи точність результатів.

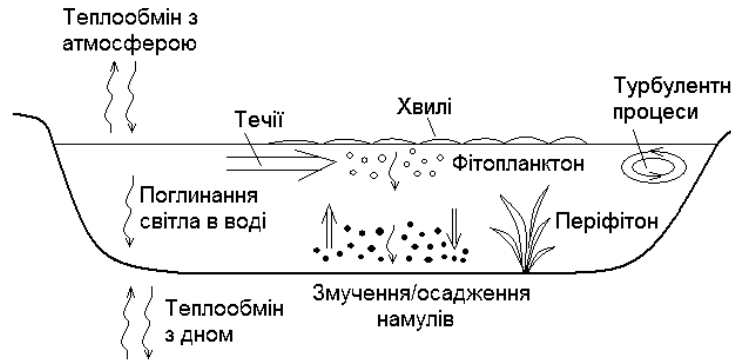


Рис. 1. Процеси, що описує модель ТРИТОКС.

2 Модель ТРИТОКС

Для опису гідродинаміки течій використовується рівняння нерозривності та усереднені по Рейнольдсу і по фазі хвиль рівняння Нав'є-Стокса, записані в наближеннях Бусінеска і гідростатики

$$\frac{\partial U_\alpha}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_\alpha}{\partial t} + \frac{\partial U_\alpha U_\beta}{\partial x_\beta} + \frac{\partial U_\alpha W}{\partial z} - \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} f_z U_\beta = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta} + \frac{\partial \tau_\alpha}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{\alpha\beta}^h}{\partial x_\beta}, \quad (2)$$

$$P(x, y, z, t) = P_a + g \rho_0 (\eta - z) + g \int_z^\eta \rho'(x_\alpha, z', t) dz', \quad (3)$$

де t – час, (x_α, z) – декартові координати, $x_\alpha = (x, y)$ – горизонтальні координати (по індексах, що повторюються, відбувається сумування), z – вертикальна координата, направлена вгору, η – відхилення вільної поверхні від незбуреного стану, (U_α, W) – компоненти вектора швидкості, $U_\alpha = (U, V)$ – горизонтальні швидкості, усереднені по фазі хвиль, P – тиск в гідростатичному наближенні, P_a – атмосферний тиск, ρ_0 – незбурена густина води, ρ' – відхилення густини від незбуреного значення, g – прискорення вільного падіння, $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ – тензор Леві-Чівіті, $f_z = (0, 0, f)$, f – параметр Коріоліса, τ_α і $\tau_{\alpha\beta}^h$ – вертикальна і горизонтальна складові тензора турбулентних напружень відповідно, які записуються згідно градієнтного представлення потоків імпульсу

$$\tau_\alpha = -V_t \frac{\partial U_\alpha}{\partial z}, \quad \tau_{\alpha\beta}^h = -A_m \left(\frac{\partial U_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial x_\alpha} \right) + e_s \delta_{\alpha\beta}, \quad (4)$$

де V_t – коефіцієнти вертикальної в'язкості, $e_s = (1/2)\tau_{\alpha\alpha}$, $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера. Коефіцієнти горизонтальної турбулентної в'язкості A_m розраховуються за формулою Смагоринського [2].

Параметризація процесів взаємодії течій та хвиль є складною задачею, яка ще далека від вирішення. В даній моделі використовується параметризація тривимірних радіаційних напружень $S_{\alpha\beta}$ [3], яка виведена для незначного нахилу дна та для малих відхилень рівня вільної поверхні, тиску і компонент горизонтальних швидкостей в хвилях

$$S_{\alpha\beta} = k_w E_w \left[\frac{k_\alpha k_\beta}{k_w} F_{CS} F_{CC} - \delta_{\alpha\beta} F_{SS} F_{SC} \right] + \delta_{\alpha\beta} E_D, \quad (5)$$

де k_w – модуль хвильового числа k_{α} , E_w – енергія хвиль, E_D приймає ненульові значення $E_D = 0.5E_w / D$ лише на поверхні, $D = H + \eta$ – глибина з врахуванням відхилення вільної поверхні від незбуреного стану,

$$F_{ss} = \frac{\sinh k_w(z+H)}{\sinh k_w D}, F_{cs} = \frac{\cosh k_w(z+H)}{\sinh k_w D}, F_{sc} = \frac{\sinh k_w(z+H)}{\cosh k_w D}, F_{cc} = \frac{\cosh k_w(z+H)}{\cosh k_w D}. \quad (6)$$

В мілкій водоймі вплив хвиль відчувається на всій глибині, тому збільшення турбулентного перемішування за рахунок хвильових рухів параметризується зміною придонної шорсткості згідно [4]. У приповерхневому шарі водойми має місце потік енергії турбулентності та імпульсу від хвиль, які обвалюються. В даній роботі турбулізація поверхневого шару води та перенос імпульсу при обваленні хвиль враховується згідно простої моделі [5] збільшенням поверхневих дотичних напружень на величину, яка знаходиться в результаті інтегрування по всіх частотах і кутах спектральної густини дисипації хвиль за рахунок їхнього руйнування, поділеної на фазову швидкість. В роботі [6] показано, що одночасне врахування тривимірних радіаційних напружень, придонних хвильових напружень і поверхневого потоку імпульсу за рахунок обвалення хвиль дозволяє описати вплив хвиль на течії.

Характеристики хвиль, необхідні для опису їхнього впливу на гідродинаміку водойми, розраховуються спектральними моделями хвиль. В даному випадку використовувалася модель SWAN [7].

Описані рівняння руху доповнюються усередненими по Рейнольдсу рівняннями переносу температури і солі з відповідною параметризацією турбулентної дифузії, рівнянням стану та рівняннями k - ϵ моделі турбулентності, яка дозволяє знайти коефіцієнти вертикальної в'язкості і дифузії. Також модель містить граничні умови для кожної змінної на поверхні і на дні водойми, а також на твердих і відкритих межах, які необхідні для однозначного розв'язання рівнянь моделі.

Оскільки хвилі впливають на інтенсивність турбулентних процесів у водоймі, то їх необхідно враховувати ще й як механізм змучення донних намулів. Адже концентрація змучених намулів у воді впливає на світловий, а отже і на температурний режим водойми, які, в свою чергу, є визначальними для біохімічних процесів в ній. В моделі може бути описаний перенос однієї, двох або трьох фракцій намулів з різними розмірами частинок. Процеси переносу кожної з фракцій описуються адвективно-дифузійним рівнянням

$$\frac{\partial S_d}{\partial t} + U_{\alpha} \frac{\partial S_d}{\partial x_{\alpha}} + (W - W_g) \frac{\partial S_d}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(V'_t \frac{\partial S_d}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left(A_h \frac{\partial S_d}{\partial x_{\alpha}} \right), \quad (7)$$

де S_d – концентрація змучених намулів, W_g – швидкість осідання твердих частинок в полі сили тяжіння, A_h , V'_t – коефіцієнти горизонтальної та вертикальної дифузії відповідно.

Швидкість осідання змучених намулів виражається за допомогою формули Ван Рійна [8], яка переходить у формулу Стокса для мілких частинок. Якщо ж мілким частинкам характерне явище коагуляції, то формула Стокса доповнюється доданком, який відповідає за збільшення розмірів частинок в результаті їхнього злипання під дією електростатичних сил [9]. В придонному шарі записуються потоки змучення і осадження намулів згідно формул Ван Рійна [8] для частинок, що не злипаються, та згідно формул [10, 11] для частинок, що злипаються.

Для мілкої водойми важливе значення має опис розповсюдження світла в водному шарі, оскільки формування органічної речовини (первинної продукції) в процесі фотосинтезу кардинально залежить від величини світлового потоку. В даній роботі використовується спрощений підхід, коли одна частина потоку сонячного випромінювання поглинається поверхнею води, а друга – поширюється в товщі води, досягаючи дна і поглинаючись ним. Потік тепла через поверхню водойми включає частину потоку сонячної радіації [12], що поглинається поверхнею, баланс довгохвильового випромінювання, який включає суму зворотнього від поверхні води та відбитого від хмар випромінювання, що повертається в воду [13], а також турбулентний потік тепла і затрати тепла на випаровування, які розраховуються в межах теорії приземного шару Моніна і Обухова [14] згідно [15]. Потік сонячної радіації, що поширюється в воді, затухає експоненційно з глибиною згідно закону Ламберта-Бєєра: $I(z) = I_0 e^{-K_d \cdot z}$, де I_0 – частина потоку, яка не поглинулася поверхнею; K_d – коефіцієнт вертикального затухання світла в воді, що залежить від концентрації змучених намулів і фітопланктону.

Для того, щоб правильно описати теплообмін між водою і донними відкладеннями, необхідно знати температуру поверхні дна. З цією метою в моделі розв'язується рівняння теплопровідності в донних відкладеннях, що дозволяє знайти профіль температури в дні [16].

Останньою складовою моделі ТРИТОКС є модель екодинаміки. Дві змінні моделі екодинаміки впливають на інші частини моделі: фітопланктон змінює коефіцієнт поглинання світла товщею води, а перифітон визначає

величину придонного тертя. Проте для моделювання розвитку фітопланктону та перифітону необхідно знати концентрацію поживних речовин (сполук азоту і фосфору), які разом з розчиненим в воді киснем характеризують біохімічний стан водойми. Тому модель екодинаміки повинна описувати процеси переносу і перетворення даного набору сполук. В моделі описані реакції перетворення дев'яти основних змінних, що можуть бути розглянуті як чотири взаємодіючі системи, які обведені штриховими рамками на схемі (рис. 2): первинна продукція, фосфорний цикл, азотний цикл і баланс розчиненого кисню. Коротко кругообіг речовин в водоймі можна описати так: фітопланктон і перифітон для свого росту використовують неорганічний азот, фосфор і вуглекислий газ. Після їхнього відмирання виділяються органічні сполуки азоту, фосфору і вуглецю, які в результаті мінералізації та окислення трансформуються знову ж таки в неорганіку.

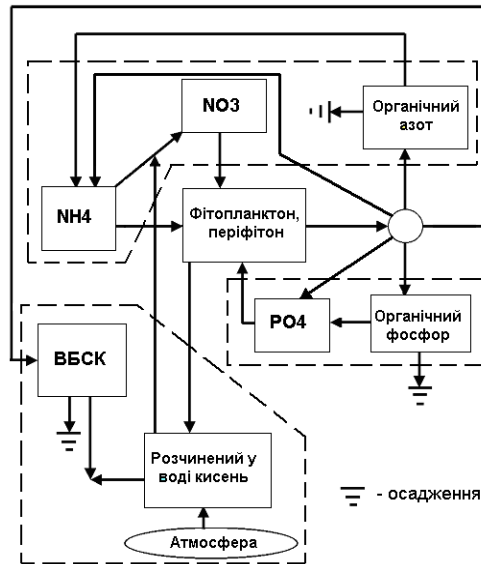


Рис. 2. Змінні моделі екодинаміки та схема взаємодій між ними.

У воді розв'язуються рівняння балансу мас для 8 змінних $i = 1, \dots, 8$

$$\frac{\partial C_i^w}{\partial t} + U_\alpha \frac{\partial C_i^w}{\partial x_\alpha} + (W - f_{pi}^w W_{gi}) \frac{\partial C_i^w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(v'_i \frac{\partial C_i^w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left(A_h \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \right) + S_i, \quad (8)$$

де індекс 1 позначає амонійний азот, 2 – нітратний азот, 3 – фосфати, 4 – фітопланктон, 5 – вуглецеве біологічне споживання кисню (ВБСК), 6 – розчинений у воді кисень, 7 – органічний азот, 8 – органічний фосфор. При цьому ВБСК, органічний азот і органічний фосфор перебувають одночасно у розчинній і твердій фазах. Для них використовується коефіцієнт f_{pi}^w , який позначає долю твердої фракції. Для інших змінних $f_{pi}^w = 0$. W_{gi} – швидкість осідання твердої фракції, що визначається як швидкість осідання коагулюючих змучених намулів. Доданки S_i , які в рівняннях (11) відповідають за хімічні перетворення змінних моделі екодинаміки, мають вигляд відповідних доданків в відомій камерній моделі якості води і циклів поживних речовин WASP [17].

Граничні умови для цих восьми змінних задаються у вигляді потоків хімічних речовин на поверхні і на дні водойми. На поверхні потоки для всіх змінних, за винятком кисню, рівні нулю. Для кисню характерний обмін між водою і атмосферою, який наближає концентрацію розчиненого у воді кисню до концентрації насичення. Потоки речовин через дно описані з врахуванням дифузії розчиненої фракції і процесів змучення і осадження твердої фракції, які визначаються з використанням тих же виразів, що і для мілких частинок змучених намулів. При цьому необхідно знати концентрацію речовин в донному шарі. З цією метою в донних відкладеннях розв'язується рівняння балансу мас для кожної змінної моделі екодинаміки.

В придонних розрахункових комірках розв'язується ще рівняння балансу мас для знаходження концентрації перифітону C_p , яке не містить доданків, пов'язаних з адвекцією і дифузією, оскільки перифітон прикріплений до дна. У правій частині рівняння залишається лише доданок, який описує хімічні перетворення S_p , тобто ріст і

відмирання перифітону: $\frac{\partial C_p}{\partial t} = S_p$.

Наявність придонної рослинності в мілких водоймах приводить до зменшення швидкостей течій та зміни динаміки змучення і осадження намулів, що впливає на їхню концентрацію у воді і, відповідно, на коефіцієнт розсіяння світла в товщі води [18]. В даній роботі вплив придонної рослинності на гідродинаміку водойми здійснюється через зміну коефіцієнту донного тертя C_D , який, згідно [19], представляється у вигляді лінійної комбінації коефіцієнта тертя "чистого" дна C_{DZ} і коефіцієнта тертя, пов'язаного з елементами (листями, стеблами) придонних рослин C_{DP}

$$C_D = (1 - ad) C_{DZ} + \frac{1}{2} C_{DP} ad \frac{D}{pd}, \quad (9)$$

$$C_{DZ} = \max \left(0.0025; \frac{\kappa}{\ln(\tilde{z} / Z_{ob})} \right), \quad C_{DP} = -0.255 \cdot \ln(ad), \quad (10)$$

де ad – частина об'єму водойми, зайнята періфітоном, pd – діаметр рослин, \tilde{z} – деяка невелика відстань від дна в межах придонного примежового шару, $\kappa = 0.4$ – стала Кармана, Z_{ob} – ефективна донна шорсткість з врахуванням впливу хвиль.

Рівняння моделі ТРИТОКС записуються в криволінійній ортогональній системі координат по горизонталі і σ - системі координат по вертикалі. Отримані рівняння дискретизуються за допомогою кінцево-різницевого методу на рознесеній сітці. В моделі використовується явна схема другого порядку по горизонтальних координатах та неявна схема по вертикалі. Адвективні члени в рівняннях переносу скалярів дискретизуються за допомогою TVD- схеми другого порядку точності, що забезпечує малу чисельну дифузю і недопущення росту осциляцій на кожному часовому кроці. З метою пришвидшення розрахунків використовується метод розщеплення поля швидкостей на баротропну (двовимірну) і барокліну (тривимірну) моди, розрахунок яких проводиться з різними кроками по часу.

Прикладом застосування моделі ТРИТОКС може бути опис розповсюдження нагрітої системами охолодження підприємств води. Для цього необхідно описати область біля джерел витоку нагрітої води з високою роздільною здатністю. З іншого боку для правильного опису циркуляції в водоймі необхідно мати граничні умови на границях розрахункової області. Тому іноді доводиться розширювати область розрахунків до границь з відомими значеннями течій і температури води. Все це приводить до дуже великої кількості розрахункових точок, в яких необхідно розв'язати всі рівняння моделі. Крім того потрібно враховувати, що характерний час біохімічних процесів становить від кількох тижнів до кількох місяців. Тобто, значна кількість розрахункових точок, велика кількість рівнянь моделі та тривалий період, для якого потрібно проводити розрахунки у випадку моделювання біохімічних процесів, вимагає значних обчислювальних потужностей.

Вирішенням даної проблеми є використання паралельних алгоритмів для проведення розрахунків на багатопроцесорних комп'ютерних системах. З цією метою програмний код був розпаралелений за допомогою використання бібліотеки обміну повідомленнями MPI. Для застосування паралельного алгоритму розрахункова область ділиться на певну кількість підобластей, що дорівнює кількості процесів, що беруть участь у розрахунку. Області для кожного процесу можуть мати довільну форму. Процес розбиття загальної області на підобласті проводиться за допомогою програми Metis v5.0, що знаходиться у вільному доступі (<http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/metis>). Для застосування алгоритму розбиття розрахункова сітка перетворюється в граф, а потім проводиться розбиття графу таким чином, щоб якомога рівномірніше розподілити кількість розрахункових точок між процесами і, разом з тим, мінімізувати обмін даними між процесами, тобто мінімізувати кількість суміжних між процесами точок. Кожен процесор розраховує свою підобласть, на границях яких відбувається обмін змінними на кожному часовому кроці. Приклад пришвидшення розрахунків при моделюванні реальної водної системи представлений в таблиці 1.

Табл.1. Пришвидшення розрахунків з використанням різної кількості процесорів в порівнянні з непаралельною версією коду.

Кількість процесорів	1	2	4	8	16
Відносне пришвидшення	1.0	1.88	3.04	3.86	4.53

3 Приклади застосування моделі

Приведемо два характерних випадки застосування моделі ТРИТОКС. В першому випадку розглядається поширення нагрітої системами охолодження води в водній системі порту Роттердам (Нідерланди). При цьому описується велика область від Північного моря до Роттердаму для того, щоб можна було використати на границях розрахункової області відомі граничні умови. У другому випадку описується термогідродинаміка мілкого озера Маркермеєр (Нідерланди) з врахуванням біохімічних процесів, що відбуваються в озері.

3.1 Моделювання циркуляції та теплового режиму водної системи Роттердаму

Розрахункова область була покрита криволінійною ортогональною нерівномірною сіткою з максимальною роздільною здатністю біля витоків води з систем охолодження 5 м, тоді як біля границь області роздільна здатність становила 500 м (рис. 3). В кожній розрахунковій точці задавалося значення глибини, яке було отримане інтерполяцією з реального розподілу глибин в даній водній системі.



Рис. 3. Вузли розрахункової сітки (всього 25000 вузлів по горизонталі при 20 вертикальних рівнях).

Для розрахунків використовувались реальні метеорологічні умови для даного регіону за серпень 2003 року, а на границях розрахункової області задавались реальні витрати води і температурний режим. Також були задані витрати та температура нагрітої системами охолодження води. Результатами розрахунків є набір тривимірних полів швидкості і температури для різних моментів часу. Розподіл поверхневої температури в частині розрахункової області в деякий момент часу з вказаними положеннями втоків і витоків систем охолодження промислових об'єктів зображене на рис. 4. Змінюючи параметри кожного об'єкту можна оцінити його вплив на температурний режим водної системи та на інші промислові об'єкти.

3.2 Моделювання термогідродинамічних та біохімічних процесів в озері Маркермеєр

Моделювання процесів в мілкому озері Маркермеєр проводилося з врахуванням впливу перифітону і хвиль на течії та на процеси змучення намулів, а також зворотнього впливу. Оскільки ріст перифітону – сезонний процес, то для отримання його розподілу на дні розрахунок проводився для трьох літніх місяців при реальних метеорологічних умовах. Причому, за відсутності даних, в початковий момент задавався рівномірний розподіл перифітону. Характеристики хвиль, необхідні для врахування їхнього впливу на гідродинаміку озера, були отримані з використанням хвильової моделі SWAN.

Для визначення важливості врахування зворотніх зв'язків між моделями гідротермодинаміки, переносу змучених намулів і екодинаміки були проведені розрахунки з взаємодією між вказаними складовими

комплексної моделі і без цієї взаємодії. Показано, що врахування взаємодії приводить до зменшення швидкостей течій і концентрації змучених намулів за рахунок наявності перифітону. При цьому концентрація перифітону залежить не лише від температури, як у випадку без взаємодії, але й від концентрації змучених намулів у воді. Врахування взаємодії впливає також на температуру води в озері. В розрахунку із зворотніми зв'язками більша частина сонячного випромінення поглинається в верхніх шарах води за рахунок наявності в товщі води зв'язаних речовин. Підвищення поверхневої температури зумовлює зменшення турбулентного потоку тепла з атмосфери і збільшення тепловіддачі за рахунок довгохвильового випромінення, що приводить до зниження усередненої по озеру температури. Завдяки врахуванню зворотніх зв'язків між складовими розробленої комплексної моделі отримано розподіл перифітону на дні, який якісно співпадає з існуючими даними вимірів (рис. 5).

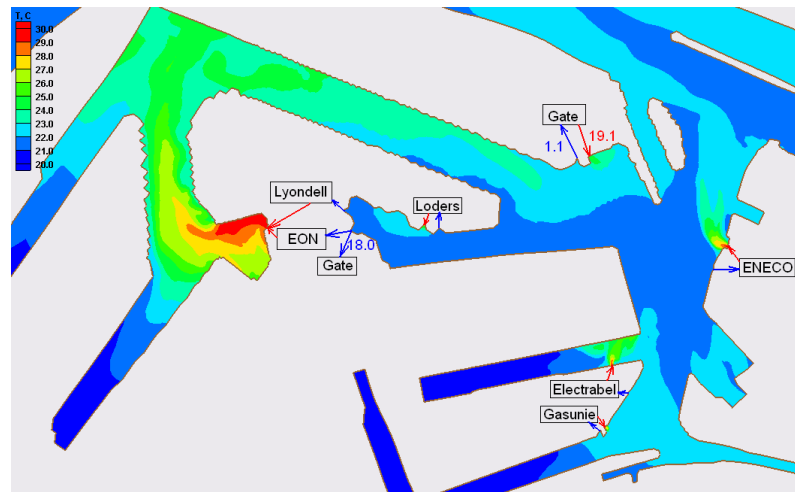


Рис. 4. Поле поверхневої температури в бухті Бірканал (частина модельованої водної системи) в деякий момент часу.

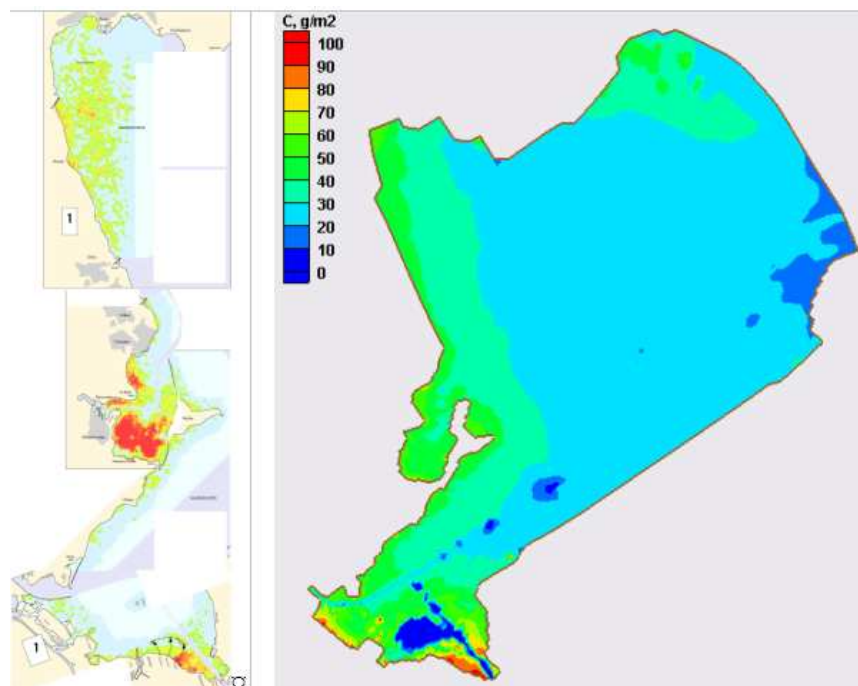


Рис. 5. Порівняння виміряного поля придонної рослинності в озері Маркермеєр (зліва) з розрахованою концентрацією перифітону (справа)

4 Висновки

Тривимірний чисельний модель ТРИТОКС, що включає 4 взаємодіючі між собою частини, які описують термогідродинамічні та біохімічні процеси у водоймах, а також взаємодію хвиль і течій та перенос змучених намулів, була використана для моделювання поширення нагрітої системами охолодження води в водній системі Роттердаму та для дослідження впливу перифітону і хвиль на течії та на процеси змучення намулів, а також зворотнього впливу. Розрахунки проводилися з використанням паралельних алгоритмів, що дозволило розв'язати складну систему рівнянь на великій розрахунковій області і для тривалого проміжку часу за прийнятний час моделювання. Результати моделювання дозволяють оцінити вплив витoku води з систем охолодження промислових об'єктів на температурний режим водної системи Роттердаму, а також відтворити розподіл придонної рослинності в озері Маркермеєр, який якісно співпадає з даними вимірювань.

Список використаних джерел

- [1] V. Maderich, R. Heling, R. Bezhenar, I. Brovchenko, H. Jenner, V. Koshebutsky, A. Kuschan, K. Terletska: Development and application of 3D numerical model THREETOX to the prediction of cooling water transport and mixing in the inland and coastal waters. *Hydrological Processes*, 22: 1000-1013, 2008.
- [2] J. Smagorinsky: General circulation experiments with primitive equations: 1. The basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91: 99-164, 1963.
- [3] G. L. Mellor: The three dimensional current and surface wave equations: a revision. *J. Phys. Oceanogr.*, 38: 2587-2596, 2008.
- [4] P. P. Mathisen, O. S. Madsen: Waves and currents over a fixed rippled bed: III. Bottom and apparent roughness for spectral waves and currents. *Journal of Geophysical Research*, 104(C8): 18447-18461, 1999.
- [5] K. O. Kim, B. H. Choi, T. Yamashita: Coupled process-based cyclone surge simulation for the Bay of Bengal. *Ocean Modeling*, 25: 132-143, 2008.
- [6] В. Мадерич, Р. Беженар, І. Бровченко: Трехмерное моделирование взаимодействия волн и течений. *Прикладна гідромеханіка*, 12(84) №3: 38-46, 2010.
- [7] N. Booij, R. C. Ris, L. H. Holthuijsen: A third-generation wave model for coastal regions. Part I. Model description and validation. *J. Geoph. Res.*, 104: 7649-7666, 1999.
- [8] L. C. van Rijn: Sediment transport, Part II: Suspended load transport. *J. Hydraul. Engineering*, 110: 1613-1641, 1984.
- [9] J. C. Winterwerp: On the dynamic of high-concentrated mud suspensions: PhD Thesis. Delft University of Technology, Delft, Netherlands. 204 p., 1999.
- [10] E. Partheniades: Erosion and deposition of cohesive soil. *J. Hydr. Div. (ASCE)*, 91: 105-139, 1965.
- [11] R. B. Krone: Flume studies of the transport of sediment in estuarial processes: final report. University of California, Berkeley, Hydraulic Engineering Laboratory and Sanitary Engineering Research Laboratory. 120 p., 1962.
- [12] J. W. Zillman: A study of some aspects of the radiation and the heat budgets of the southern hemisphere oceans. *Bur. Of Meteorol., Dept. of the Interior, Canberra, Australia*. 562 p., 1972.
- [13] T. Zapadka, S. B. Wozniak, B. Wozniak: A simple formula for the net long-wave radiation flux in the southern Baltic Sea. *Oceanologia*, 43: 265-277, 2001.
- [14] А. С. Монин, А. М. Обухов: Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы. *Труды Геофизического института АН СССР*, 24(151): 163-187, 1954.
- [15] A. Blackadar: High resolution models of the planetary boundary layer. *Advances in Environmental Science and Engineering*, No 1: 50-85, 1989.
- [16] Р. В. Беженар, В. С. Мадерич: Модель теплообміну водного шару і донних відкладень в мілкій водоймі. *Прикладна гідромеханіка*, 10(82) №3: 20-27, 2008.
- [17] R. B. Ambrose, T. A. Wool, J. L. Martin: The water quality analysis simulation program WASP6 (User Manual). U.S. EPA: Athens, GA, 2001.
- [18] Р. В. Беженар: Модель екогідродинаміки мілкої водойми. *Прикладна гідромеханіка*, 12(84) №2: 3-7, 2010.
- [19] H. M. Nepf: Drag, turbulence and diffusion in flow through emergent vegetation. *Water Resources Research*, 35: 479-489, 1999.