

# Высокопроизводительные расчеты течений неоднородных жидкостей с использованием открытых вычислительных пакетов

Я.В. Загуменный

Институт гидромеханики НАН Украины, ул. Желябова 8/4, Киев

zagumennyi@gmail.com

**Аннотация.** Работа посвящена численному моделированию течений непрерывно стратифицированной жидкости на базе открытого пакета OpenFOAM с использованием объектно-ориентированного языка программирования C++. Обсуждаются вопросы проведения параллельных вычислений на суперкомпьютерных комплексах НИВЦ МГУ и МСЦ РАН, построения высокоразрешающих расчетных сеток и постановки сложных граничных с помощью встроенных и расширенных утилит пакета OpenFOAM, разработки собственных решателей, обработки и визуализации расчетных данных. Демонстрируются рассчитанные картины течений непрерывно стратифицированной жидкости около непроницаемых препятствий – пластины, клина, диска и цилиндра. Непроницаемое неподвижное препятствие, помещенное в толщу неравновесной стратифицированной среды нарушает однородность фонового диффузионного потока стратифицирующей компоненты и приводит к формированию сложной вихревой системы медленных течений, которые носят название “индуцированных диффузией на топографии”. При начале движения пластины начинает формироваться поле опережающих и присоединенных волн, квазистационарные высокоградиентные прослойки, разделяющие различные типы возмущений, и спутный след. Приводятся сравнения данных аналитического, численного и лабораторного моделирования стратифицированных течений около препятствий различных геометрических конфигураций, оговариваются условия согласия и расхождения результатов, проблемы переноса данных моделирования на природные системы.

## Ключевые слова

Численное моделирование, суперкомпьютерные системы, открытые вычислительные пакеты, стратифицированные течения.

## 1 Введение

Интерес к развитию адекватного численного моделирования природных процессов, протекающих в атмосфере, гидросфере, геосфере Земли, и, в частности, исследованию волн и вихрей, поддерживается логикой развития научных исследований – волновая и вихревая тематика служит одним из стимулов развития фундаментальной и прикладной математики и объектом интенсивным экспериментальных исследований. Стимулирующими факторами являются и практические потребности – разрушения и катастрофы волновой природы (цунами, наводнения, волны экстремальной высоты) наносят наиболее ощутимый экономический ущерб и сопровождаются человеческими жертвами. Пристальное внимание на сегодняшний день также уделяется решению экологических проблем – развитию технологий мониторинга и прогнозирования состояния окружающей среды, предотвращения и ликвидации ее загрязнения. Не теряет своей актуальности и проблема управления аэродинамическим качеством крыловых профилей или иных аэродинамических компоновок ввиду всевозрастающей необходимости экономичного расходования энергоресурсов.

Заметный прогресс в решении перечисленных проблем в последние годы обусловлен развитием компьютерных технологий, которые позволили реализовать более точные методы построения решений и высокоразрешающие численные модели, в которых все большее внимание уделяется изучению влияния эффектов нелинейности, стратификации, вращения, диффузии, теплопроводности, как по отдельности, так и в общей постановке на основе фундаментальной системы уравнений механики неоднородных жидкостей. Учет тонкоструктурных эффектов обычно вносит сравнительно небольшие поправки в локальные значения

динамических и кинематических характеристик течений, однако в интегральных масштабах они могут давать существенные корректировки в результаты расчетов, проведенных на основе более грубых приближений.

При проведении расчетов на основе фундаментальной системы уравнений полный учет диссипативных факторов затрудняет разработку и реализацию численных схем и предъявляет высокие требования к быстродействию и объему памяти компьютера, вынуждая программиста в ряде случаев пренебрегать эффектами диффузии или загроублять исходную расчетную сетку, что часто приводит к появлению численных погрешностей в тех областях, где в лабораторных наблюдениях выражены тонкоструктурные вихревые течения. Поэтому для обеспечения достаточной точности и высокого пространственного разрешения численных расчетов необходимо прибегать к использованию высокопроизводительных вычислений с применением различных технологий распараллеливания алгоритмов [1].

Целью данной работы является развитие методики численного моделирования и высокопроизводительных расчетов течений непрерывно стратифицированной жидкости около препятствий выбранной формы в физически достижимом диапазоне определяющих параметров с учетом переноса вещества, как стратифицирующего компонента, так и визуализирующей примеси [2, 3]. Полученные численные результаты тестируются на лабораторных данных теневой визуализации течений, индуцированных диффузией на топографии, и теневых картинах внутренних присоединенных волн, генерируемых движением препятствий в толще непрерывно стратифицированной жидкости [4, 5].

## 2 Постановка задачи

Математическое моделирование рассматриваемых задач проводится на основе фундаментальной системы дифференциальных уравнений механики неоднородных многокомпонентных жидкостей [6]. Не теряя принципиальных свойств фундаментальной системы, можно несколько упростить, заменить системы уравнений механики несжимаемой линейно стратифицированной жидкости, невозмущенное распределение плотности  $\rho_0(z)$  которой задается профилем солёности  $S_0(z)$ , где ось  $Oz$  направлена вертикально вверх,  $\Lambda = (d \ln \rho_0 / dz)^{-1}$  – масштаб,  $N = 2\pi/T_b = \sqrt{g/\Lambda}$  – частота и  $T_b$  – период плавучести,  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения. Такая система включает в себя уравнения состояния  $\rho(S(z))$ , неразрывности, Навье-Стокса в приближении Буссинеска, диффузии стратифицирующей компоненты и визуализирующей примеси:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_{00} (\exp(-z/\Lambda) + s + s_0), \quad \text{div } \mathbf{v} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_{00}} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} - (s + s_0) \mathbf{g}, \\ \frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s &= \kappa_s \Delta s + \frac{v_z}{\Lambda}, \quad \frac{\partial s_0}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla s_0 = \kappa_{s_0} \Delta s_0. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь  $s$  – возмущение солёности (стратифицирующего компонента), включающее коэффициент солевого сжатия,  $s_0$  – концентрация визуализирующей примеси,  $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$  – индуцированная скорость,  $P$  – давление за вычетом гидростатического,  $\nu$ ,  $\kappa_s$  и  $\kappa_{s_0}$  – коэффициенты кинематической вязкости, диффузии соли и пассивной примеси, соответственно,  $t$  – время,  $\nabla$  и  $\Delta$  – операторы Гамильтона и Лапласа.

Физически обоснованные начальные условия и граничные условия задачи (прилипания для скорости и непротекания для вещества и затухания всех возмущений на бесконечности) имеют вид

$$\mathbf{v}, s|_{t=0} = 0, \quad v_x|_{\Sigma} = v_z|_{\Sigma} = 0, \quad \left[ \frac{\partial s}{\partial \mathbf{n}} \right]_{\Sigma} = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial z}{\partial \mathbf{n}}, \quad [s_0]_{\Sigma_0} = c_0, \quad \mathbf{v}, s, s_0|_{x, z \rightarrow \infty} = 0, \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{n}$  – внешняя нормаль к поверхности препятствия  $\Sigma$ . При рассмотрении задачи обтекания препятствия потоком стратифицированной жидкости на достаточно большом расстоянии от обтекаемого препятствия задается скорость невозмущенного потока  $v_x|_{x, z \rightarrow \infty} = U_0$ ,  $v_z|_{x, z \rightarrow \infty} = 0$ .

Система (2.1) с начальными и граничными условиями (2.2) характеризуется большим числом собственных масштабов: длины (плавучести  $\Lambda$ , характерного размера препятствия  $L$ , скоростного  $\delta_N^v = \sqrt{\nu/N}$  и диффузионного  $\delta_N^{\kappa_s} = \sqrt{\kappa_s/N}$  микромасштабов); скорости ( $U_N^v = \sqrt{\nu N}$ ,  $U_N^{\kappa_s} = \sqrt{\kappa_s N}$ ) и времени  $t = T_b$ . Существенные различия в значениях масштабов длины указывают на сложность внутренней структуры даже такого медленного течения, которое порождается малыми силами плавучести, возникающими вследствие неоднородности молекулярного потока стратифицирующего компонента. Условия адекватного разрешения

мелкомасштабных элементов течения, связанных с эффектами стратификации и диффузии, накладывает существенные ограничения на минимальный шаг по пространству, что существенно замедляет скорость численных расчетов и вынуждает программиста прибегать к помощи высокопроизводительных вычислительных систем.

### 3 Численная реализация

Поставленная задача решается путем прямого численного моделирования на основе метода конечного объема с использованием свободно распространяемого инструментария вычислительной гидродинамики OpenFOAM с открытым исходным кодом. Для расчета течений непрерывно стратифицированных жидкостей был разработан собственный решатель stratifiedFlow на основе стандартного солвера isoFoam, реализующего численное решение нестационарных уравнений Навье-Стокса для однородной вязкой несжимаемой жидкости. Новый решатель реализован путем введения дополнительных переменных и соответствующих уравнений для их расчета – переменной плотности, концентрации стратифицирующего компонента и визуализирующей примеси, а также новых параметров – частоты плавучести, масштаба стратификации, коэффициентов диффузии, ускорения свободного падения и других вспомогательных параметров, ответственных за включение эффектов нелинейности, стратификации и диффузии. В уравнение Навье-Стокса для вертикальной компоненты скорости введены дополнительные члены, учитывающие влияние стратифицирующего компонента и визуализирующей примеси, а в уравнение для возмущения солёности – дополнительные слагаемые, определяющие фоновую стратификацию и диффузию растворенных веществ (см. систему (2.1)). На базе основных рассчитываемых переменных – компонент скорости, давления, плотности, солёности были проведены расчеты других не менее важных физических величин – полной плотности, функции тока, динамической завихренности, скорости бароклинной генерации завихренности, компонент тензора вязких напряжений, скорости диссипации механической энергии, распределения различных динамических характеристик, воздействующих на обтекаемое препятствие.

Граничные условия формулировались следующим образом. Для скорости на границе препятствия ставилось условие прилипания  $U = 0$ , для давления – равенство нулю нормального градиента, для солёности – фиксированное значение нормального градиента, зависящего от величины стратификации и направления локальной нормали поверхности относительно вертикали, для визуализирующей примеси задавался источник вещества, равномерно распределенный на определенной части поверхности препятствия. При численной реализации граничных условий были использованы стандартные и расширенные утилиты пакета OpenFOAM, такие как setFields, topoSets (с дополнительным использованием расширенных библиотек swakSourceFields и swakTopoSources), swak4Foam, groovyBC, funkySetFields, funkySetBoundaryField, которые позволяют задавать аналитические выражения для различных физических переменных с использованием программы GNU bison, предназначенной для автоматического создания синтаксических анализаторов по данному описанию грамматики.

В качестве расчетной области был выбран квадрат со стороной, по длине на порядок превышающей характерный размер препятствия, помещенного в центр расчетной области. При расчете течений, индуцированных прерыванием диффузионного потока на непроницаемом препятствии, на внешних границах расчетной области ставились “мягкие” граничные условия типа линейной экстраполяции, соответствующие равенству нулю нормального градиента всех рассчитываемых физических переменных. При рассмотрении задачи обтекания препятствия на входе в расчетную область (левая граница) задавался равномерный поток, на верхней и нижней ее границах формулировалось условие плоскости симметрии, т. е. нулевые значения для вертикальной компоненты,  $U_y = 0$ , и отсутствие нормального градиента для горизонтальной,  $\partial U_x / \partial y = 0$ , а на выходе из расчетной области (правая граница) задавались “мягкие” граничные условия.

Построение расчетной сетки осуществлялось как на основе стандартных утилит blockMesh, snappyHexMesh, так и с использованием независимого сеточного генератора Salome. Процедура построения структурированных расчетных сеток с помощью утилиты blockMesh была автоматизирована благодаря применению макропроцессора m4, что позволило существенно сократить время перестраивать сетку при изменении геометрических параметров расчетной области и препятствия – пластины, диска, клина либо цилиндра. С целью адекватного разрешения диффузионных микромасштабов вблизи непроницаемых границ препятствий и областей, в которых выражены тонкоструктурные вихревые компоненты течений, дополнительно использовались стандартные утилиты topoSet и refineMesh, позволяющие на основе геометрических либо параметрических признаков выделять подобласти расчетной сетки и измельчать их в соответствии с заданными масштабами и выбранными направлениями.

Для вычисления объемных интегралов по контрольному объему использовалась общая процедура Гаусса, согласно которой интеграл по объему представляется через интеграл по поверхности ячейки, а значение функции на поверхности ячейки интерполируется из значений функции в центроидах соседних ячеек. Для интерполяции конвективных членов использовалась TVD схема (limitedLinearV), соответствующая обобщенной кусочно-линейной схеме Чакраварти-Ошера. На ортогональных участках сетки нормальные градиенты скорости на поверхности ячейки, необходимые при вычислении диффузионных членов по теореме Гаусса, находились из значений скорости в центроидах соседних ячеек по схеме второго порядка. На неортогональных участках использовалась итерационная процедура коррекции погрешности, вызванной неортогональностью сетки. Для дискретизации производной по времени использовалась неявная трехточечная несимметричная схема второго порядка с разностями назад (backward differencing).

Для связанного расчета поля скорости и давления использовалась предложенная Исса процедура PISO (pressure implicit with splitting of operators) с числом корректоров 4. Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений применялись итерационные солверы PCG и PBiCG, использующие методы сопряженных и бисопряженных градиентов с предобуславливанием для симметричных и асимметричных матриц соответственно. В качестве предобуславливателя были выбраны процедуры DIC (предобуславливатель, основанный на упрощенной схеме неполной факторизации Холецкого) и DILU (предобуславливатель, основанный на упрощенной неполной LU факторизации) для симметричных и асимметричных матриц соответственно.

Расчеты поставленных задач проводились в параллельном режиме с применением метода декомпозиции расчетной области на базе суперкомпьютерных комплексов «Ломоносов» и «Чебышев» НИВЦ МГУ [7], а также вычислительного кластера МСЦ РАН в рамках технологической платформы UniHUB [8]. С целью оценки эффективности распараллеливания были проведены расчеты двумерной задачи формирования течения, индуцированного диффузией на неподвижной наклонной пластине, с общим количеством расчетных ячеек 2500000. В процессе тестовых расчетов на суперкомпьютерном комплексе «Ломоносов» было задействовано различное количество вычислительных узлов (вплоть до 12) с использованием всех восьми процессорных ядер на узле. Практически линейную зависимость коэффициента ускорения от числа  $n$ , определяемого как количество используемых в расчетах ядер кластерной системы, удалось получить только при  $n < 8$ . С дальнейшим увеличением задействованных ядер наблюдалось монотонное уменьшение коэффициента ускорения вычислений, которое достигало приблизительно значения 0.8 при задействовании всех 12 вычислительных узлов. Расчеты аналогичной задачи на суперкомпьютерном комплексе «Чебышев» и кластере МСЦ РАН с задействованными 32 ядрами показали сравнительно меньшую скорость вычислений приблизительно в 1.8 и 2.3 раза, соответственно.

Визуализация результатов расчетов, проведенных с применением открытого пакета OpenFOAM на базе суперкомпьютерных комплексов НИВЦ МГУ и МСЦ РАН, выполнялась с использованием графического интерфейса ParaView, а также пакета программ для численного анализа и научной графики Origin, в рамках которого был реализован высокоразрешающий метод построения полихромной карты изолиний. В отличие от традиционных монохромных представлений картин течений такой подход позволяет более наглядно оценивать структуру визуализируемых полей и извлекать не только качественную, но и количественную информацию из построенных изображений.

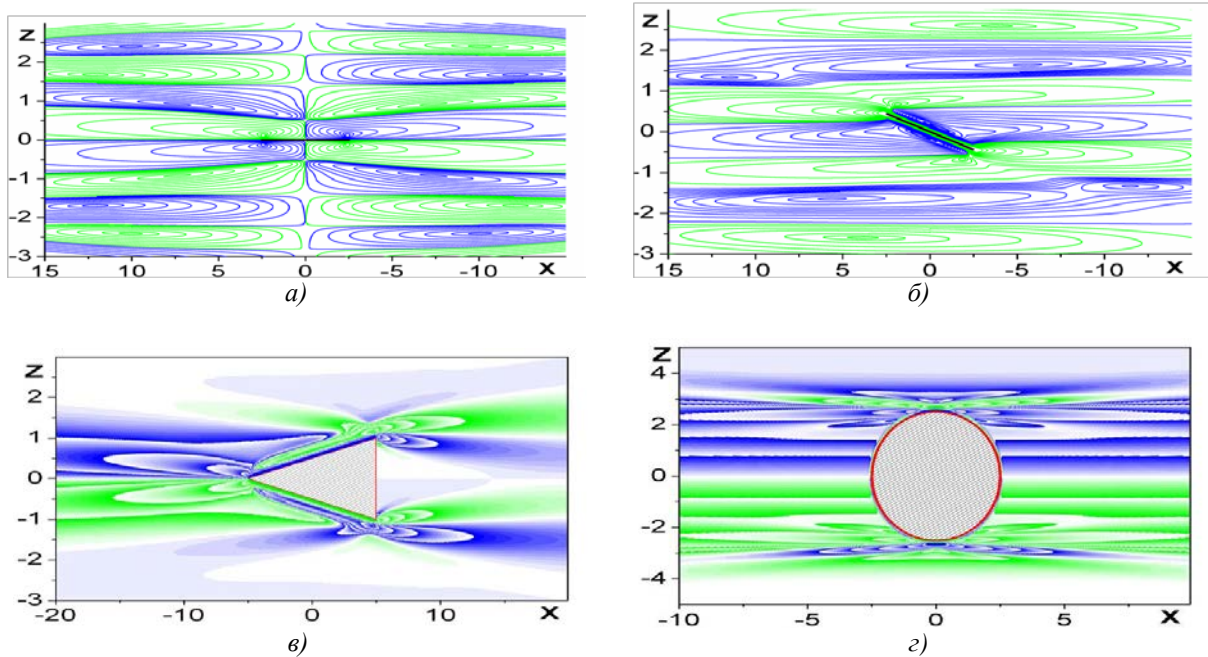
## 4 Результаты расчетов

В качестве иллюстрации работоспособности разработанного решателя открытого пакета OpenFOAM приводятся результаты расчета течений, индуцированных диффузией на непроницаемой пластине, симметричном клине, горизонтальном диске и круговом цилиндре. Такие течения формируются в результате прерывания молекулярного потока стратифицирующего компонента на непроницаемой границе и, как следствие, образования дефицита (избытка) плотности над (под) неподвижным препятствием, погруженным в непрерывно стратифицированную жидкость.

### 4.1 Структура стратифицированного течения на пластине

Картина течения, индуцированного диффузией около горизонтальной пластины, моделирующей центральное сечение непроницаемого препятствия произвольной формы, состоит из восьмиурвневой последовательности симметрично расположенных горизонтальных вихревых ячеек (рис. 1, а) [3]. Скорость и завихренность течения резко убывает с удалением от поверхности пластины. Даже малое отклонение пластины от горизонтального положения приводит к нарушению симметрии течения и формированию новых циркуляционных систем, включая восходящее и нисходящее струйные течения вдоль, соответственно, верхней и нижней сторон пластины и систему компенсационных циркуляционных ячеек. С увеличением угла наклона линии тока

непосредственно вблизи пластины располагаются параллельно ее поверхности (рис. 1, в), что свидетельствует о неизменности профиля скорости вдоль большей части длины пластины за исключением узких переходных областей в окрестности ее кромок. При дальнейшем увеличении угла наклона пластины к горизонту происходит зарождение новых сложных вихревых систем вблизи внутренних краев циркуляционных ячеек, непосредственно примыкающих к главным струйным течениям. Внешние контуры примыкающих ячеек имеют периодичную структуру с длиной волны порядка  $16\delta_N$ , что наиболее отчетливо заметно при больших углах наклона пластины к горизонту, когда вертикальный масштаб препятствия максимален.



**Рис. 1.** Картины течений, индуцированных прерыванием диффузионного потока неподвижными горизонтальной (а) и наклонной (б) пластинами, симметричным клином (в) и круговым цилиндром (з).

Во всех случаях, и при горизонтальном, и наклонном положении пластины, циркуляция в соприкасающихся ячейках над и под пластиной, как и в соседних ячейках на одном горизонте, имеет противоположные знаки, т.е. скорость на границах соседних ячеек однонаправлена. Такие пространственно-периодические течения можно отнести к классу диссипативно-гравитационных волн, в которых скорость на границах достигает максимального значения, в отличие от ячеек многокомпонентной конвекции, где скорости разнонаправлены и границы ячеек отмечены слоем покоящейся жидкости. Расчеты полных сил и моментов, действующих на наклонную пластину в покоящейся непрерывно стратифицированной жидкости, показывают, что формирующиеся струйные течения жидкости создают момент сил, стремящийся повернуть наклонную пластину в устойчивое горизонтальное положение [2].

#### 4.2 Индуцированное диффузией течение на клине

Непроницаемое клиновидное препятствие, погруженное в толщу непрерывно стратифицированной жидкости, блокирует фоновый диффузионный перенос стратифицирующей компоненты, в результате чего вблизи его боковых поверхностей формируется тонкий слой дефицита солености на верхней грани и избытка солености на нижней. Это приводит к тому, что жидкость начинает оттекать от поверхности клина в слоях почти однородной толщины, формируя восходящие струйные течения вдоль наклонных граней и систему примыкающих противотечений (рис. 1, в). Отрываясь от препятствия у его основания, главные струи формируют сложную систему компенсационных циркуляционных ячеек, интенсивность которых резко убывает с расстоянием от препятствия. Окружающая жидкость подтекает к вершине клина вдоль центральной горизонтальной струи, которая утончается к препятствию [9, 10].

В донной области жидкость заблокирована и чрезвычайно медленно подтекает к клину по всей высоте основания, при этом скорость возрастает только при подходе к вершинам клина. В полях всех переменных выражены элементы структуры, дополняющие препятствие до симметричного тела – от треугольника к призме.

В картине поля возмущений давления область дефицита располагается в толстом слое перед телом и в тонкой прослойке, примыкающей к боковым сторонам клина. Разность давлений – подпор у основания и дефицит перед клином, а также в тонком слое вдоль его боковых сторон и создает интегральную силу, толкающую горизонтальный клин в направлении его вершины – пропульсивную силу самодвижения свободного тела нейтральной плавучести [10]. Основным является дефицит давления, достаточный для описания наблюдаемого перемещения тела со скоростью порядка сантиметра в час в условиях лабораторного эксперимента.

### 4.3 Течение, индуцированное диффузией на цилиндре

Картина течения, индуцированного диффузией, около непроницаемого цилиндра качественно отличается от структуры течений около наклонной пластины и горизонтального клина. Это обусловлено зависимостью величины нормального градиента возмущения солёности от значения угла между вертикальной осью и вектором нормали к поверхности препятствия. Толщина формирующихся слоев дефицита и переизбытка солёности ниже и выше препятствия оказывается существенно неоднородной вдоль поверхности цилиндра (рис. 1, з), в отличие от рассмотренных ниже случаев наклонной пластины и клина, где существенные изменения геометрии основных структурных компонент течения наблюдаются лишь в окрестностях острых кромок препятствий. Интенсивность склоновых струйных течений, формирующихся на поверхности цилиндра достигают максимальных значений в сечении, образующем угол  $60^\circ$  с горизонтальной осью в отличие от результатов расчета параметров главных струй на наклонной пластине, которые показывают пропорциональное увеличение их скорости и толщины с уменьшением угла наклона пластины к горизонту [3].

Численное решение описывает структуру основных конвективных ячеек, включающие тонкие струи вдоль поверхности и растекающиеся факелы от области конвергенции течения над верхним и нижним полюсами цилиндра, постепенно возвращающие частицы жидкости на горизонты нейтральной плавучести [11]. Это характерным образом проявлено в картине поля возмущения давления, где преобладают области с отрицательными значениями величины, что обусловлено компенсационным подтеканием окружающей жидкости к поверхности цилиндра, за исключением областей растекания струй вблизи полюсов препятствия.

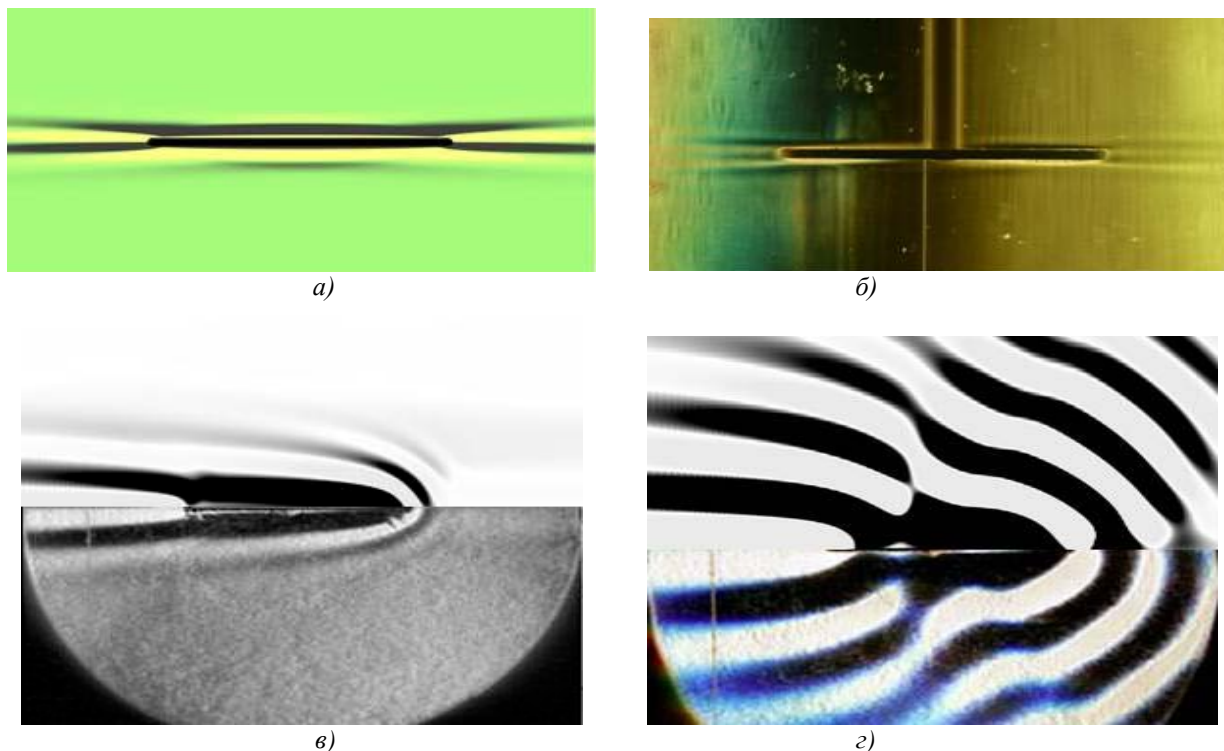
Расчеты динамических характеристик цилиндра показывают, что суммарные силы и моменты, действующие на симметричные части поверхности препятствия, взаимно уравниваются, что подтверждает отсутствие самопроизвольных движений погруженного в покоящуюся непрерывно стратифицированную жидкость цилиндра нейтральной плавучести.

### 4.4 Сопоставление рассчитанных и лабораторных данных

Расчитанные поля возмущений градиента плотности  $\nabla\rho$  для течений, индуцированных диффузией на горизонтальной и наклонной пластине, горизонтальном диске и цилиндре, в которых проявляются и крупномасштабные компоненты, размер которых задается длиной пластины, и тонкие прослойки с масштабами  $\delta_N^v = \sqrt{v/N}$  и  $\delta_N^{ks} = \sqrt{\kappa_S/N}$ , на больших временах согласуются с картинами визуализации («цветной теневой метод» с горизонтальной щелью и решеткой) распределения градиента коэффициента преломления около пластины в лабораторном бассейне (плотность и коэффициент преломления водных растворов поваренной соли связаны линейным соотношением) [4, 5].

В расчитанной и теневой картинах (рис. 2, а, б) выделяются протяженные горизонтальные полосчатые структуры, примыкающие непосредственно к экстремальным точкам препятствий, разнесенным по вертикали, – острым кромкам диска и полюсам цилиндра. Длина полосок растет с повышением чувствительности метода регистрации: структура течения около кромок наклонной пластины выражена более отчетливо при использовании цветного теневого метода с горизонтальным положением осветительной щели и визуализирующей решетки. Течения, индуцированные диффузией, существуют в стратифицированной среде при произвольной геометрии препятствия и его ориентации в пространстве, и отсутствуют в однородной жидкости [5].

С началом движения пластины структура стратифицированного течения меняется кардинально: возникают опережающие возмущения, присоединенные внутренние волны и спутный след. Горизонтальные прослойки, существующие в покоящейся стратифицированной среде на неподвижном препятствии, трансформируются в квазистационарные высокоградиентные области, разделяющие разные типы возмущений, в частности, спутный след и внутренние волны. Расчитанные поля течения, возникающего при движении горизонтальной пластины в толще непрерывно стратифицированной жидкости, сравниваются с картинами теневой визуализации, получаемыми в лабораторных опытах с применением метода «вертикальная щель – вертикальный нож Фуко» (рис.2, в, з). Численное решение содержит все структурные компоненты поля возмущений и достаточно хорошо согласуется с наблюдениями позади пластины [4].



**Рис. 2.** Сопоставление рассчитанных (а) и теневых (б) картин течения, индуцированного диффузией на горизонтальном диске, (а, б) и стратифицированного течения, генерированного равномерным движением горизонтальной пластины (в, г) (верхняя половина изображений – расчет, нижняя половина – эксперимент).

## 5 Заключение

Использование суперкомпьютерных систем для параллельных расчетов течений неоднородных жидкостей позволило значительно сократить время вычислений и более детально проанализировать сложную ячеистую структуру течений, индуцированных диффузией на неподвижных непроницаемых препятствиях различной геометрической формы. С увеличением характерных скоростей эти структуры только усложняются и утончаются, трансформируясь в квазистационарные высокоградиентные области, разделяющие разные типы возмущений – волны и вихри. Тестирование результатов расчетов на лабораторных данных показало хорошее согласие рассчитанных и теневых картин течений стратифицированной жидкости около неподвижных и движущихся препятствий. Численные расчеты адекватно отражают основные элементы структуры стратифицированных течений: высокоградиентные прослойки, опережающие и присоединенные внутренние волны, спутный след.

## 6 Благодарности

Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М.В. Ломоносова [8] при финансовой поддержке Президии НАН Украины (проект № 18-01-12 – Нелинейные поверхностные волны в вязкой жидкости) и РФФИ (грант № 12-05-90417-Укр).

## Список литературы

- [1] С. А. Жуматий: Система анализа производительности параллельных программ на кластерных установках. *Вычислительные методы и программирование*, 6: 57-64, 2005.
- [2] Ю. Д. Чашечкин, Я. В. Загуменный: Структура течения, индуцированного диффузией на наклонной пластине. *Доклады РАН*, 444(2): 165-171, 2012.
- [3] Я. В. Загуменный, Ю. Д. Чашечкин: Тонкая структура нестационарного течения, индуцированного диффузией на неподвижной пластине. *Известия РАН: Механика жидкости и газа*, 3:100-117, 2013.

- [4] Yu. D. Chashechkin, V. V. Mitkin: A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid. *Journal of Visualization*, 7(2): 127-134, 2004.
- [5] Yu. D. Chashechkin: Schlieren Visualization of a Stratified Flow Around a Cylinder. *Journal of Visualization*, 1(4):345-354, 1999.
- [6] Ю. Д. Чашечкин: Иерархия моделей классической механики неоднородных жидкостей. *Морской гидрофизический журнал*, 5:3–10, 2010.
- [7] Вл. В. Воеводин, С. А. Жуматий и др.: Практика суперкомпьютера "Ломоносов". *Открытые системы*, Москва: Издательский дом "Открытые системы", 2012.
- [8] Я. В. Загуменный: Использование технологической платформы UniHUB в расчетах тонкой структуры стратифицированных течений на базе открытых пакетов. *III Международная конференция «Облачные вычисления: образование, исследования, разработки», 6 – 7 декабря 2012, Москва*, <http://www.unicluster.ru/events/139-conference-cloud-computing-2012.html>.
- [9] M. R. Allshouse, M. F. Barad, T. Peacock: Propulsion generated by diffusion-driven flow. *Nature Physics*, 6:516-519, 2010.
- [10] Я. В. Загуменный, Ю. Д. Чашечкин: Индуцированное диффузией течение на клине. *Доклады НАН Украины*, 3:31-39, 2013.
- [11] В. Г. Байдулов, П. В. Матюшин, Ю. Д. Чашечкин: Эволюция течения, индуцированного диффузией на сфере, погруженной в непрерывно стратифицированную жидкость. *Известия РАН: Механика жидкости и газа*, 2:130-143, 2007.
- [12] Ю. Д. Чашечкин, Р. Н. Бардаков, Я. В. Загуменный: Расчет и визуализация тонкой структуры полей двумерных присоединенных внутренних волн. *Морской гидрофизический журнал*, 6: 3-15, 2010.